République du Niger

Fraternité – Travail – Progrès

P'tit Pouss

Fondation PetitPouss-Niger

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Alphabétisation,

de l'Enseignement Professionnel et de la Promotion des Langues Nationales

Secrétariat Général

Direction Générale de la Promotion de la Qualité

Rapport des travaux d'enrichissement des contenus de l'équipe mathématiques de la plateforme « PetitPouss »

Préparé par :

Brah Sabo — Conseiller Pédagogique de Mathématiques, IESG NY5

Haro Abdoulaye — Inspecteur de l'Enseignement Primaire, Secrétariat Général (MEN/A/EP/PLN)

Issaka Bankali — Conseiller Pédagogique de Mathématiques, DFI/CEF (MEN/A/EP/PLN)

Idi Jaharou — Professeur du Collège d'Enseignement Général, DCIP (MEN/A/EP/PLN)

Aôut 2024

TABLE DES MATIERES

CLASSE DE TROISIEME

I. Progression .

Semaines	**ALGEBRE**	**Horaire**	**GEOMETRIE**	**Horaire**
1 2 3 4 5 6	Nombres réels - Puissances	15 h	Propriétés de Thalès	4 h
			Symétrie orthogonale	3 h
			Symétrie centrale	3 h
			Translation	3 h
			Multiplication d‟‟un vecteur parun réel	2 h
7 8	Equations et inéquations du 1^{er}degré à une inconnue	6 h	Multiplication d‟‟un vecteur par un réel (suite)	3 h
			Coordonnées d‟‟un vecteur	1 h
9 10	Monômes et polynômes	4 h	Coordonnées d‟‟un vecteur (suite)	5 h
			Equations de droites	1 h
11 12	Statistique	6 h	Equations de droites (suite)	4 h
13 14	Systèmes d‟‟équations dans IR^2	6 h	Equations de droites (suite)	2 h
			Angle au centre – angle inscrit dans un cercle	2 h
15 16	Systèmes d‟‟inéquations dans IR 2	4 h	Angle au centre – angle inscrit dans un cercle (suite)	3 h
			Application de la propriété de Pythagore	3 h
17 18	Fonctions – applications – bijections	5 h	Trigonométrie	5 h

19 20	Application linéaire	3 h	Polygones réguliers	7h
21 22	Application affine	5 h	Pyramide	5 h
23			Cône	5h
24 25	Révisions	5h	Révisions	5 h

PARTIE ALGEBRE

Programme officiel

CHAPITRE 1 : Nombres réels – Puissances

CHAPITRE 2 : Equations et inéquations du 1er degré à une inconnue

CHAPITRE 3 : Monômes et polynômes

CHAPITRE 4 : Statistique

CHAPITRE 5 : Systèmes d'équations dans IR^2

CHAPITRE 6 : Systèmes d'inéquations dans IR^2

CHAPITRE 7 : Fonctions – applications – bijections

CHAPITRE 8 : Application linéaire

CHAPITRE 9 : Application affine

CHAPITRE 4 : STATISTIQUE

Objectifs

- ✓ Regrouper une population en classes d'égale amplitude.
- ✓ Déterminer les effectifs de ces classes.
- ✓ Tracer un diagramme à bandes.
- ✓ Interpréter un diagramme à bandes.

- ✓ Déterminer la moyenne et l’étendue d’une série statistiquedans le cas d’un caractère continu.

RÉSUMÉ

4 .1. Regrouper une population en classes d’égale amplitude

Rappel: Une classe est un intervalle de valeurs dans lequel on regroupe les données d'une population. Lorsque les classes ont toutes la même longueur, on dit qu'elles ont une amplitude égale.

Exemple : Supposons que nous avons les tailles suivantes (en cm) de 62 élèves : 145.5, 150.2, 151.7, 152.9, 153.0, 154.8, 155.2, 155.6, 156.7, 157.4, 158.1, 159.0, 160.3, 160.5, 161.7, 162.3, 163.0, 164.2, 164.5, 165.0, 165.5, 166.3, 166.5, 167.8, 168.0, 169.2, 169.5, 170.0, 170.5, 171.2, 171.7, 172.0, 172.5, 173.3, 173.5, 174.0, 174.5, 175.0, 175.5, 176.2, 176.5, 177.0, 177.5, 178.0, 178.5, 179.2, 179.5, 180.0, 180.5, 181.0, 181.5, 182.0, 182.5, 183.2, 183.5, 184.0, 184.5, 185.0, 185.5, 186.2, 186.5, 187.0.

Pour regrouper ces données en classes d’amplitude égale :

- ✓ Choisir le nombre de classes : supposons que nous voulons 5 classes.
- ✓ Déterminer l’amplitude des classes : L’amplitude est déterminée en **divisant l’étendue des données par le nombre de classes**, puis en arrondissant aux entiers.

Amplitude ≈ (valeur maximale - valeur minimale) / nombre de classes

Amplitude ≈ (187 - 145) / 5 = 42 / 5 = 8.4 ≈ 10 (arrondi à l'entier supérieur)

Les classes sont alors :

- ✓ Classe 1 : [140, 150[
- ✓ Classe 2 : [150, 160[
- ✓ Classe 3 : [160, 170[
- ✓ Classe 4 : [170, 180[
- ✓ Classe 5 : [180, 190]

4.2 . Déterminer les effectifs de ces classes.

L’effectif d’une classe est le nombre de valeurs qui appartiennent à cette classe.

Pour notre exemple :

- ✓ Classe 1 : [140, 150[→ 145.5 → Effectif = 1
- ✓ Classe 2 : [150, 160[→ 150.2, 151.7, 152.9, 153.0, 154.8, 155.2, 155.6, 156.7, 157.4, 158.1, 159.0 → Effectif = 11
- ✓ Classe 3 : [160, 170[→ 160.3, 160.5, 161.7, 162.3, 163.0, 164.2, 164.5, 165.0, 165.5, 166.3, 166.5, 167.8, 168.0, 169.2, 169.5 → Effectif = 15
- ✓ Classe 4 : [170, 180[→ 170.0, 170.5, 171.2, 171.7, 172.0, 172.5, 173.3, 173.5, 174.0, 174.5, 175.0, 175.5, 176.2, 176.5, 177.0, 177.5, 178.0, 178.5, 179.2, 179.5 → Effectif = 20

- ✓ Classe 5 : [180, 190] → 180.0, 180.5, 181.0, 181.5, 182.0, 182.5, 183.2, 183.5, 184.0, 184.5, 185.0, 185.5, 186.2, 186.5, 187.0 → Effectif = 15

4.3.Tracer un diagramme à bandes.

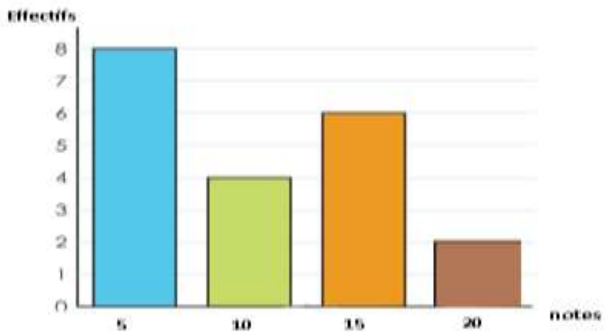
Un diagramme à bandes représente les effectifs de chaque classe sous forme de bandes verticales

- ✓ Chaque bande est associée à une classe ;
- ✓ La longueur d'une bande est proportionnelle à l'effectif ou la fréquence de la classe ;
- ✓ La distance entre chacune des bandes doit être la même et la première bande ne doit pas être collée sur l'axe qui lui est parallèle
- ✓ La largeur des bandes doit être la même

Exemple :

Traçons le diagramme à bandes des effectifs des notes sur 20 obtenues par les élèves d'une classe de 3ème au cours d'un devoir de mathématiques .

Notes	5	10	15	20
Effectifs	8	4	6	2



4.3. Déterminer la moyenne et l'étendue d'une série statistique dans le cas d'un caractère continu

- **Moyenne :** La moyenne d'une série statistique est la somme de toutes les valeurs divisée par le nombre de valeurs.

Pour les classes, on utilise les centres des classes pour calculer la moyenne.

Centre de la classe = (borne inférieure + borne supérieure) / 2

Si [a, b[est une classe et c son centre : c = $\frac{a+b}{2}$

Pour notre exemple :

- ✓ Centre de la classe 1 : (140 + 150) / 2 = 145
- ✓ Centre de la classe 2 : (150 + 160) / 2 = 155
- ✓ Centre de la classe 3 : (160 + 170) / 2 = 165
- ✓ Centre de la classe 4 : (170 + 180) / 2 = 175
- ✓ Centre de la classe 5 : (180 + 190) / 2 = 185

Moyenne = (145 * 1 + 155 * 11 + 165 * 15 + 175 * 20 + 185 * 15) / 62 ≈ 170.16 cm

- **Étendue :** L'étendue est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.

Pour notre exemple : Étendue = Valeur maximale - Valeur minimale = 187.0 - 145.5 = 41.5 cm

EXERCICES

Exercice 1

Voici le regroupement en 5 classes des données d'une enquête en classes d'amplitude égale :

143.2, 145.0, 147.5, 149.8, 151.0, 153.6, 155.5, 157.2, 159.4, 161.1, 163.5, 165.0, 167.8, 169.5, 171.0, 173.3, 175.4, 177.0, 179.5, 181.2, 183.0, 185.5, 187.2, 189.0, 191.5, 193.0, 195.2, 197.5, 199.8, 201.0, 203.5, 205.0, 207.5, 209.8, 211.0, 213.5, 215.2, 217.0, 219.5, 221.2, 223.0, 225.5, 227.2, 229.0, 231.5, 233.0, 235.2, 237.5, 239.8, 241.0, 243.5, 245.0, 247.5, 249.8, 251.0, 253.5, 255.2, 257.0, 259.5, 261.2, 263.0, 265.5.

Coche le groupement correct

A) Classes : [140, 160[, [160, 180[, [180, 200[, [200, 220[, [220, 240[

B) Classes : [140, 150[, [150, 160[, [160, 170[, [170, 180[, [180, 190]

C) Classes : [140, 155[, [155, 170[, [170, 185[, [185, 200[, [200, 215]

D) Classes : [140, 150[, [150, 160[, [160, 170[, [170, 180[, [180, 190]

Exercice 2

Coche les effectifs des classes de l'exercice 1 pour l'option correcte.

A) 5, 15, 20, 15, 7

B) 3, 12, 19, 15, 13

C) 2, 10, 18, 17, 15

D) 1, 11, 15, 20, 15

Exercice 3

Coche la moyenne correcte pour les classes de l'exercice 1 en utilisant les centres des classes.

A) 159.5 cm

B) 162.3 cm

C) 170.16 cm

D) 175.25 cm

CHAPITRE 5 : SYSTEMES D'EQUATIONS DANS IR²

Objectifs

- ✓ Résoudre algébriquement et graphiquement une équation dans IR □ IR
- ✓ Vérifier si un couple de nombres réels est solution d'une équation du 1er degré dans IR □ IR
- ✓ Représenter l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions d'une équation du

1er degré dans IR IR

- ✓ Résoudre par substitution ou par combinaison un système de deux équations du 1er degré dans IR IR
- ✓ Mettre en équation un problème du 1er degré 1er degré dans IR IR et le résoudre.

RÉSUMÉ

5.1. Résoudre algébriquement et graphiquement une équation dans IR IR

Une équation du premier degré à deux variables (x, y) peut être écrite sous la forme générale : ax+by=c où a, b, et c sont des constantes réelles, et x et y sont les variables.

Pour résoudre cette équation, on cherche l'ensemble des couples (x , y) qui la vérifient.

Remarque : Cette équation représente une droite dans le plan cartésien.

Pour résoudre algébriquement cette équation, il faut isoler une des variables et exprimer l'autre en fonction de celle-ci.

Exemple : $2x + y - 1 = 0$; $y = 2x + 1$

L'ensemble de solution S= {(x ; $2x$ +1) } x une constante .

Pour résoudre graphiquement il faut tracer la droite représentant d'équation ax+by=c

L'ensemble de solutions est l'ensemble de couples (x, y), coordonnées des points situés sur cette droite.

Exemple

Résoudre graphiquement dans IR IR , l'équation $2x + y - 1 = 0$

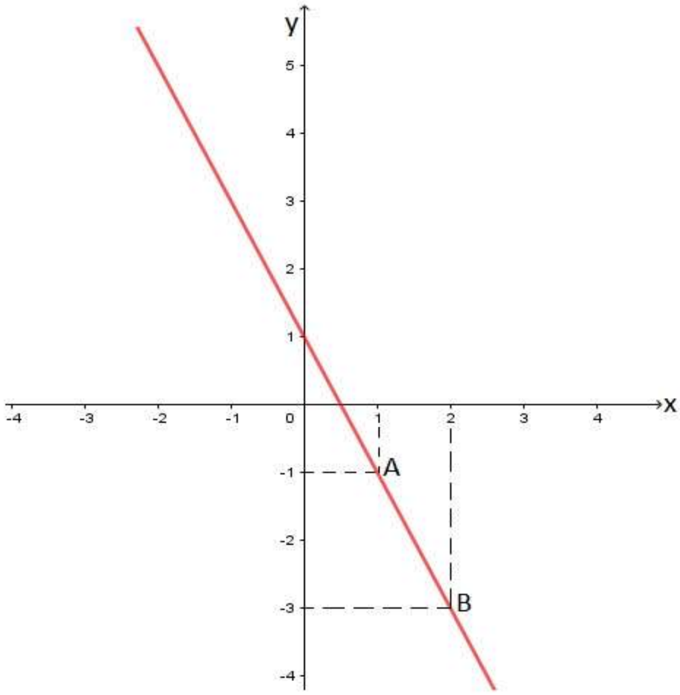
- Si $x = 1$ alors $2(1) + y - 1 = 0$

$$y + 1 = 0$$
$$y = -1$$

- Si $x = 2$ alors $2(2) + y - 1 = 0$

$$y + 3 = 0$$
$$y = -3$$

On construit un repère orthonormé, dans lequel, on placera les points A$\binom{1}{-1}$ et B$\binom{2}{-3}$



La solution est l'ensemble des couples de coordonnées (x ; y) de chaque point de la droite (AB)

5.2. Vérifier si un couple de nombres réels est solution d'une équation du 1er degré dans IR × IR

Un couple (x_0,y_0) est une solution de l'équation ax+by=c si, en substituant x_0 pour x et y_0) pour y dans l'équation, l'égalité est vérifiée.

Exemple

Considérons l'équation 2x+3y=6 et vérifions si le couple (1,1) est une solution.

Substituer les valeurs : 2(1)+3(1)=6

Calculer les deux côtés : 2·1+3·1=2+3=5

Comparer les résultats : 5≠65 .

Donc, **(1,1) n'est pas une solution.**

5.3. Résoudre par substitution ou par combinaison un système de deux équations du 1er degré dans IR × IR

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

On peut résoudre ce système en utilisant l'une des méthodes de résolution suivantes :

- ✓ La méthode de résolution par addition appelée aussi méthode par combinaison ;
- ✓ La méthode de résolution par substitution ;

- **Méthode de résolution par combinaison**

Exemple

On se propose de résoudre dans IR² le système d'équations suivant :

X (-2)

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

En multipliant la 1ère équation 2 par -2 on obtient $-2x - 6y - 10 = 0$ le système devient :

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ -2x - 6y - 10 = 0 \end{cases}$$

En additionnant membre à membre on a : $(2x + y + 1) + (-2x - 6y - 10) = 0 + 0$

$$2x + y + 1 - 2x - 6y - 10 = 0$$

$$2x - 2x + y - 6y + 1 - 10 = 0$$

$$0 - 5y - 9 = 0$$

$$-5y = 9$$

$$y = -\frac{9}{5}$$

En multipliant la 2ème équation par -3 on obtient,$-6x - 3y - 3 = 0$. Le système devient :

$$\begin{cases} -6x - 3y - 3 = 0 \\ x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

En additionnant membre à membre on a :

$$-6x + x - 3y + 3y - 3 + 5 = 0$$

$$-5x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

L'ensemble de solution est $S = \{(\frac{2}{5}; -\frac{9}{5})\}$

- Méthode de résolution par substitution

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

De la première équation : on exprime y en fonction de x. il vient :$y = -2x - 1$

On remplace dans la seconde , il vient :

$$x + 3(-2x - 1) + 5 = 0$$
$$x - 6x - 3 + 5 = 0$$
$$-5x = -2$$
$$x = \frac{2}{5}$$

On remplace par sa $y = -2x - 1$ valeur dans Il vient : $y = -\frac{9}{5}$

L'ensemble de solution est S = $\{(\frac{2}{5} ; -\frac{9}{5})\}$

Attention

- ✓ La solution est unique quelle que soit la méthode utilisée.
- ✓ Un couple est solution du système s'il est à la fois solution de chacune des équations du système.

5.4. Mettre en équation un problème du 1er degré 1er degré dans IR X IR et le résoudre

Introduction

Mettre en équation un problème du premier degré dans R×R consiste à traduire une situation donnée en équations mathématiques que l'on peut résoudre pour trouver les valeurs des variables inconnues. Cela implique souvent de comprendre le problème, d'identifier les variables et de formuler les relations entre elles sous forme d'équations

Étapes pour mettre en équation et résoudre un problème

1. **Comprendre le problème** : Lire attentivement l'énoncé et identifier les informations données ainsi que ce qui est demandé.
2. **Définir les variables (choix des inconnues)** : Choisir les variables appropriées pour représenter les inconnues du problème.
3. **Formuler les équations (Mathématisation) :** Utiliser les informations données pour établir des relations mathématiques entre les variables.
4. **Résoudre le système d'équations** : Utiliser des méthodes algébriques ou graphiques pour trouver les valeurs des variables.
5. **Interpréter les solutions (Retour au problème)** : Vérifier si les solutions obtenues répondent bien au problème initial.

   Exemple 1

La somme de deux nombres est égale à 1500 FCFA et leur différence est égale à 500 FCFA. Quels sont ces deux nombres ?

1. **Définir les variables :**

x : le premier nombre

y : le deuxième nombre

2. **Formuler les équations :**

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ x - y = 500 \end{cases}$$

3. **Résoudre le système d'équations :**

Additionner les deux équations pour éliminer y :

$(x+y)+(x-y)=1500+500$ $x=1000$

Substituer $x=1000$ dans la première équation :

$1000+y=1500$ $y=500$

4. **Solution :**

Les deux nombres sont 1000 FCFA et 500 FCFA

Exemple 2 :

Un marchand de fruits mélange des pommes et des oranges. Il vend un mélange de 3 kg de pommes et 2 kg d'oranges pour 2000 FCFA. Un autre mélange de 2 kg de pommes et 3 kg d'oranges est vendu à 2100 FCFA. Quel est le prix par kilogramme des pommes et des oranges ?

- **Choix des inconnues :**

  x : prix par kilogramme des pommes en FCFA

  y : prix par kilogramme des oranges en FCFA

- **Mise en équations :**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2000 \\ 2x + 3y = 2100 \end{cases}$$

- **Résoudre le système d'équations :**

Multiplier la première équation par 3 et la deuxième par 2 pour obtenir des coefficients égaux pour x :

$$\begin{cases} 9x + 6y = 6000 \\ 4x + 6y = 4200 \end{cases}$$

Soustraire la deuxième équation de la première pour éliminer y :

$$5x = 1800$$
$$x = \frac{1800}{5} = 360$$

Substituer $x=360$ dans la première équation :

$3(360)+2y=2000$ $y=460$

- **Solution :** Le prix par kilogramme des pommes est 360 FCFA et celui des oranges est 460 FCFA.

EXERCICES

Exercice 5.1.1

1. Pour quel couple **(x, y)** l'équation **$3x-4y=12$** est-elle vraie ?

a) (4,0) ; b) (0,3) ;c) (3,−1)

Réponse : a) (4,0)

2. Quelle est l'équation de la droite passant par les points **(1,3)** et **(2,1)** ?

a) 2x+y=5 ; b) x−y=2 ; c) x+y = 4

Réponse : a) 2x+y=5

3. Quelle est l'équation de la droite passant par les points **(2,2)** et **(4,0)** ?

a) x+y=4 ; b) x−y=2 ; c) x+y=6

Réponse : a) x+y=4

Exercice 5.1.2

Associe il y a lieu à une équation sa résolution graphique

1. y - 3x =4
2. y +x+2 =0
3. y-3/4x=0
4. y -x-3 =0
5. y - x+2 =0

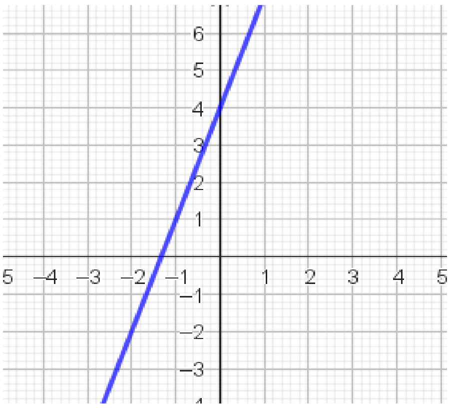


Figure 1

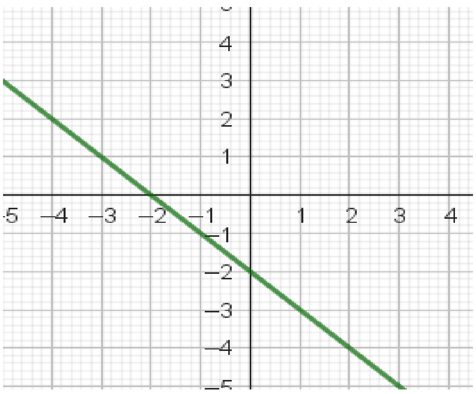


Figure 2

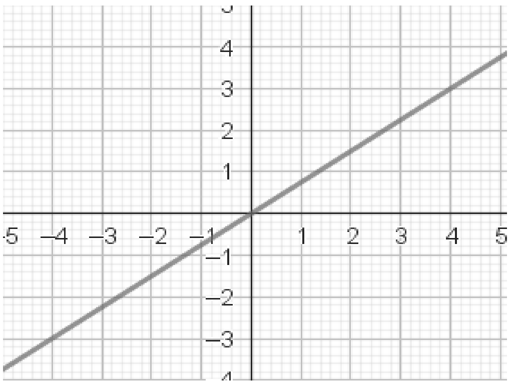


Figure 3

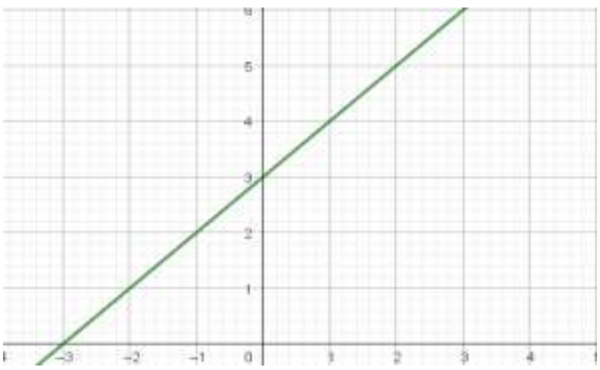


Figure 4

5.2.1 Exercice

Dans chaque cas, répondre par oui ou non , si le couple (x_0 ; y_0) est une solution de l'équation :

1. 3x−y=5 (2,1) Oui Non
2. x+y=−1 (1,−2) Oui Non
3. 4x−2y=10 (3,−1) Oui Non
4. 5x+2y=6 (0,3) Oui Non
5. 6x+9y=5 (1/3 ;1/3) Oui Non

5.3.1 Exercice

1. Laquelle des propositions suivantes décrit correctement la méthode d'addition pour résoudre un système de deux équations linéaires ?

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

a) Exprimer y en fonction de x dans la première équation, puis substituer cette expression dans la deuxième équation.
b) Multiplier les deux équations par des constantes appropriées pour rendre les coefficients de x ou y opposés, puis additionner les équations pour éliminer un variable.
c) Résoudre l'une des équations pour une variable, puis substituer cette expression dans l'autre équation
d) Additionner directement les deux équations sans aucune modification.

2. Quelle est l'étape intermédiaire correcte lors de l'utilisation de la méthode d'addition pour résoudre le système suivant ?

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$$

a) Résoudre la première équation pour avoir x.
b) Ajouter directement les deux équations.
c) Multiplier la première équation par2.
d) Ajouter directement les deux équations après avoir identifié que les coefficients de y sont opposés

3 . Quelle est l'étape intermédiaire correcte lors de l'utilisation de la méthode de substitution pour résoudre le système suivant ?

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

a) Multiplier la première équation par 3.
b) Résoudre la première équation pour avoir x.
c) Résoudre la première équation pour y .
d) .Ajouter les deux équations.

4. Pour résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$

La méthode la plus appropriée serait :

a) Méthode d'addition, après avoir multiplié´ la première équation par 3.

b) Méthode de substitution, en résolvant la première équation pour x ou y

c) Méthode d'addition, après avoir multiplié´ la première équation par 2

d) Méthode de substitution, en résolvant la deuxième équation pour avoir x.

5.3.2 Exercice

Dans chacun de cas suivants, coche le couple qui est solution du système d'équations donné :

1. $$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

a) (3,2)

b) (2,3)

c) (4,1)

d) (1,4)

2. $$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

a) (3,2)

b) (2,3)

c) (4,0)

d) (1,5)

3. $$\begin{cases} x = 2y + 1 \\ 3x + 4y = \end{cases}$$

a) (3,1)

b) (1,3)

c) (5,2)

d) (1,5)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$$

4.

a) (1,-3)

b) (-3 ,2)

c) (1,6)

d) $(\frac{3}{2} ; 1)$

Exercice 5.4.

Exercice 5.4.1

Dans chacun des cas , coche la bonne réponse

1. Quelle est la première étape pour résoudre un problème du 1er degré ?

   a) Formuler les équations
   b) Définir les variables
   c) Comprendre le problème
   d) Résoudre le système d'équations

2. Une fois le problème compris, quelle est l'étape suivante ?

   a) Formuler les équations
   b) Définir les variables
   c) Interpréter les solutions
   d) Résoudre le système d'équations

3. Quelle étape vient après avoir défini les variables ?

   a) Formuler les équations
   b) Comprendre le problème
   c) Interpréter les solutions
   d) Résoudre le système d'équations

4. Quelle méthode peut être utilisée pour résoudre un système d'équations du 1er degré dans la cadre de la résolution d'un problème?

a) La méthode d'addition
b) Méthode de substitution
c) Toutes les deux méthodes

5. Que devez-vous faire après avoir résolu le système d'équations ?

   a) Formuler les équations
   b) Comprendre le problème
   c) Interpréter les solutions
   d) Résoudre le système d'équations

Exercice 5.5.2

Dans chacun des cas , quel est le système d'équations qui traduit le problème posé

1.Un marchand vend 5 sacs de riz et 3 sacs de mil pour 8000 FCFA. Il vend également 3 sacs de riz et 2 sacs de mil pour 5000 FCFA. Combien a-t-il vendu chaque type de sac ?

$$\begin{cases} A. \begin{cases} x = y+3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ B. \begin{cases} y = x+3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ C. \begin{cases} x = y-3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ D. \begin{cases} x = y+3 \\ 2x+5y = 2400 \end{cases} \end{cases}$$

Réponse correcte : A

2. Un agriculteur vend 10 kg de tomates et 15 kg de poivrons pour 2500 FCFA. Il vend également 5 kg de tomates et 10 kg de poivrons pour 1500 FCFA. A combien a -t-il payé un kg de tomates et un kg de poivrons

$$\begin{cases} A. \begin{cases} 10x+15y = 2500 \\ 5x+10y = 1500 \end{cases} \\ B. \begin{cases} 10x+15y = 1500 \\ 5x+10y = 2500 \end{cases} \\ C. \begin{cases} 15x+10y = 2500 \\ 10x+5y = 1500 \end{cases} \\ D. \begin{cases} 15x+10y = 1500 \\ 10x+5y = 2500 \end{cases} \end{cases}$$

Réponse correcte : A

3. Amadou a acheté des mangues et des oranges . Il a acheté 3 kg de mangues de plus que d'orange . Il a payé 2400 FCFA pour 5 kg de mangues et 2 kg d'oranges. Quel est le prix d'un kg de mangues et celui d'un kg d'orange ?

$$\begin{cases} A. \begin{cases} x = y+3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ B. \begin{cases} y = x+3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ C. \begin{cases} x = y-3 \\ 5x+2y = 2400 \end{cases} \\ D. \begin{cases} x = y+3 \\ 2x+5y = 2400 \end{cases} \end{cases}$$

Réponse correcte : A

CHAPITRE 6 : SYSTEMES D'EQUATIONS DANS IR^2

Objectif

- ✓ Résoudre graphiquement un système de deux inéquations du 1er degré dans IR □ IR

RÉSUMÉ

6.1. Résoudre graphiquement un système de deux inéquations du 1er degré dans IR □ IR

Pour résoudre graphiquement un système de deux inéquations du premier degré dans R×R on suit les étapes suivantes :

- ✓ **Écrire les inéquations** (Prenez les deux inéquations du système) ;
- ✓ **Convertir les inéquations en équations** (Changez les signes d'inégalité (<, ≤, >, ≥) en signes d'égalité (=) pour tracer les droites correspondantes)
- ✓ **Tracer les droites correspondantes** (Sur un plan cartésien, tracez les droites obtenues)
- ✓ **Déterminer les demi-plans** (Pour chaque droite, identifiez les régions (demi-plans) qui satisfont l'inéquation originale)
- ✓ **Trouver l'intersection des demi-plans** (L'intersection des demi-plans correspondants aux deux inéquations représente la solution du système)

Exemple

Résoudre dans IR^2, graphiquement le système d'inéquations :

$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$$

On pose $x - y + 4 = 0$		
Points à placer	A	B
si $x =$	-3	-2
alors $y =$	1	2

On pose	$x + y = 1$	
Points à placer	E	F
si $x =$	0	1
alors $y =$	1	0

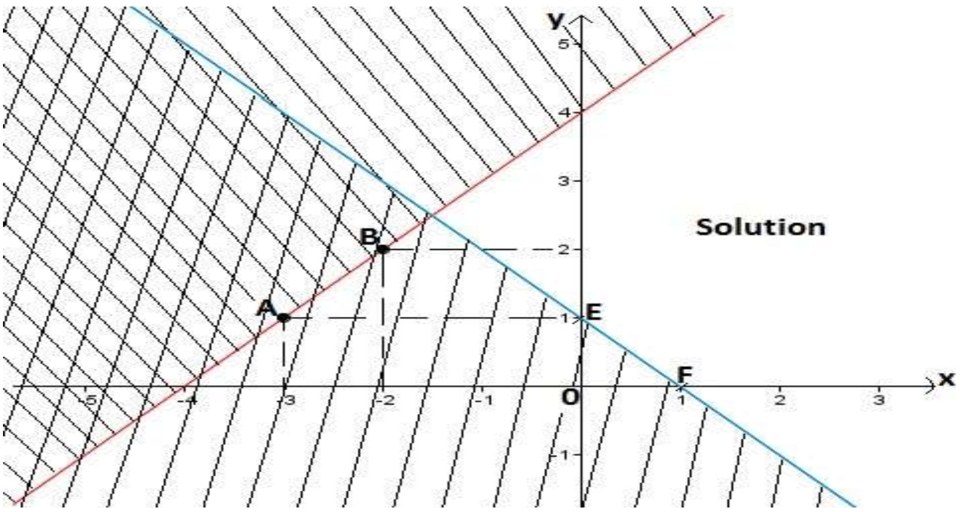
$$A\binom{-3}{1}, B\binom{-2}{2}, E\binom{0}{1} \text{ et } F\binom{1}{0}$$

On place dans un repère orthonormé les points.

On trace les droites (AB) et (EF) qui partagent chacune, le plan en deux demi-plans de frontières (AB) et (EF).

✓ On remplace dans l'inéquation $x - y + 4 \geq 0$; x et y par 0 et 0 puis on apprécie. ; $0 - 0 + 4 \geq 0$ $+4 \geq 0$ vrai, donc le demi-plan contenant le point O est solution. On hachure l'autre demi-plan. (Voir figure).

✓ On remplace dans l'inéquation $x + y \geq 1$; x et y par 0 et 0. ; $0 + 0 \geq 1$ 0 ≥ 1 faux, donc le demi-plan contenant le point O n'est pas solution. On le hachure. (Voir figure).



La solution finale est la partie du plan qui n'est pas hachurée.

NB :

- ✓ *On peut aussi décider que la solution soit la partie hachurée*

Tester avec les couples (0,0) , (1.0) ou (0 ,1) pour avoir rapidement les solutions des inéquations composant le systèmes

EXERCICES

Exercice 6.1.

Dans chacun des cas suivants dites si le point de coordonnées données appartient à l'ensemble de solutions du système :

1.
$$\begin{cases} y \geq x - 2 \\ y < 2x + 1 \end{cases}$$

Le point de coordonnées (0,0) Oui Non

2.
$$\begin{cases} y \leq -x + 3 \\ y > \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

Le point de coordonnées (0,1) Oui Non

3.
$$\begin{cases} y > 3x - 2 \\ y \leq -\frac{1}{2}x + 4 \end{cases}$$

Le point de coordonnées (1,0) Oui Non

4.
$$\begin{cases} y \leq 2x + 3 \\ y > -2x + 1 \end{cases}$$

Le point de coordonnées (0,1) Oui Non

5.
$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x - 2 \\ y < -\frac{2}{3}x + 5 \end{cases}$$

Le point de coordonnées (1,0) Oui Non

CHAPITRE 7 : Fonctions – applications – bijections

Objectifs :

- ✓ Reconnaître quand une fonction est une application, unebijection.
- ✓ Définir l'ensemble (domaine) de définition d'une fonction.
- ✓ Trouver l'ensemble de définition d'une fonction.
- ✓ Déterminer l'image d'un élément par une fonction donnée.

RÉSUMÉ

7.1 .Reconnaître quand une fonction est une application, une bijection.

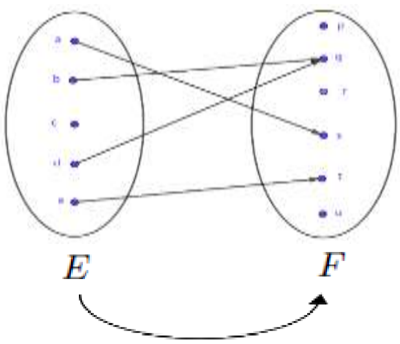
Définitions :

- **Fonction**

Une fonction f est une relation entre deux ensembles E et F, où chaque élément x de E est associé à au plus un élément y=$f(x)$ de F.

E est l'ensemble de départ de f,

- ✓ F l'ensemble d'arrivée de f
- ✓ y est l'image de x,
- ✓ x est un antécédent de y.



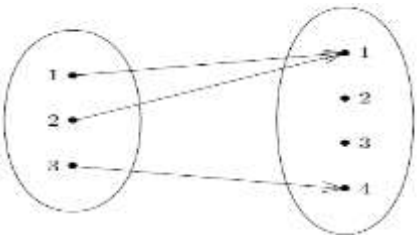
On note $f : E \longrightarrow F$ ou $f : \begin{array}{l} E \longrightarrow F \\ x \longmapsto f(x) \end{array}$

- **Application**

Une application est une fonction qui associe chaque élément de l'ensemble de départ à un unique élément de l'ensemble d'arrivée.

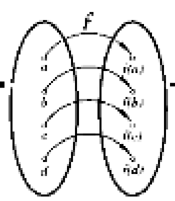
Exemple :

On définit une application f en prenant : $E = \{1,2,3\}, F = \{1,2,3,4\}$ $f(1) = f(2) = 1$, $f(3) = 4$. Alors, l'image de 3 est 4 et 1 a deux antécédents 1 et 2.



- Bijection

Une bijection est une fonction où chaque élément de A a une image unique dans B, et chaque élément de B est l'image d'un unique élément de A.



1. Application : Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x$. Cette fonction est une application car à chaque $x \in \mathbb{R}$, il existe un unique $2x \in \mathbb{R}$.
2. Bijection : Soit $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $h(x) = x + 1$. Cette fonction est bijective car elle est une application et chaque élément de B est l'image d'un unique élément de A.

7.2. Définir l'ensemble (domaine) de définition d'une fonction.

L'ensemble de définition d'une fonction f, noté souvent Df, est la partie de l'ensemble de départ E dont les éléments admettent des images par f.

Définition :

- Le domaine de définition d'une fonction f, Df est l'ensemble des éléments de l'ensemble de départ pour lesquels f est définie.

Exemples :

Pour une fonction affine f(x)=2x+3, le domaine de définition est IR.
Pour une fonction monôme $f(x)=x^3$, le domaine de IR.
Pour un polynôme $f(x)=x^2-4$, le domaine de définition est IR.

7.3. Trouver l'ensemble de définition d'une fonction.

Pour les fonctions affines, monômes et polynômes, le domaine de définition est l'ensemble des réels IR

Exemples :

- Soit $f(x) = 5x + 7$. Le domaine de définition est $\mathbb{R}$.
- Soit $g(x) = x^4$. Le domaine de définition est $\mathbb{R}$.
- Soit $h(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Le domaine de définition est $\mathbb{R}$.

7.4. Déterminer l'image d'un élément par une fonction donnée

Pour déterminer l'image d'un élément x par une fonction f, il suffit de calculer $f(x)$.

Exemples :

- Pour la fonction $f(x) = 2x + 3$, l'image de $x = 1$ est $f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$.
- Pour la fonction $g(x) = x^2 - 4$, l'image de $x = 2$ est $g(2) = 2^2 - 4 = 0$.

EXERCICES

Exercice 1

La fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2$ est-elle :

a) Une application

b) Une bijection

c) Aucune de ces réponses

Réponse : a) Une application

Exercice 2

Quel est le domaine de définition de la fonction $f(x) = 2x + 3$?

a) $\mathbb{R}$

b) $\mathbb{R}^+$

c) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Réponse : a) $\mathbb{R}$

Exercice 3

Pour la fonction f(x)= x^3, l'image de x=2 est :

a) 6

b) 8

c) 4

Exercice 4

Quelle est le domaine de définition de la fonction $f : \{1,2,3,4\} \to \{a,b,c,d\}$ définie par $f(x) = \begin{cases} a & \text{si } x = 1 \\ b & \text{si } x = 2 \end{cases}$?

a) {a,b,c,d}

b) {1,2}

c) {1,2,3,4}

d) {a,b}

Exercice 5

Quelle est le domaine de définition de la fonction $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{x,y,z\}$ définie par $g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x = 1 \\ y & \text{si } x = 3 \\ z & \text{si } x = 5 \end{cases}$?

a) {1,2,3,4,5}

b) {1,3,5}

c) {x,y,z}

d) {1,2,3}

CHAPITRE 8 : Application linéaire

Objectifs :

- ✓ Définir une application linéaire.
- ✓ Utiliser le signe de a pour donner le sens de variation d'uneapplication linéaire définie par f(x) = ax
- ✓ Représenter graphiquement une application linéaire etexploiter ce graphique.
- ✓ Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite représentative d'une application linéaire.

RÉSUMÉ

8.1 Définition

Une application linéaire est une fonction f définie par $f(x)=ax$ où a est un nombre réel. Cette fonction est appelée linéaire car son graphe est une droite passant par l'origine .

Exemple1 : $f(x)=4x$; $f(x)=-\frac{3}{4}x$

Exemple 2 :

Soit f la fonction linéaire telle que $g(5) = -15$.

Quel est le coefficient de f ?En déduire f.

On pose $f(x)= a x$

$5a = -15 \Rightarrow a = -15 \div 5 = -3$

Le coefficient de f est (-3) donc $f(x)= -3x$

Remarque :

La fonction linéaire f traduit une situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a

8.2. Sens de Variation

Soit f telle que $f(x)=ax$

Si a>0 : La fonction est croissante. Cela signifie que lorsque x augmente, f(x) augmente également.

Si a<0 : La fonction est décroissante. Cela signifie que lorsque x augmente, f(x) diminue.

Si a=0 : La fonction est constante et égale à zéro, quel que soit x.

8.3. Représentation graphique

Le graphe d'une application linéaire $f(x)=ax$ est une droite qui passe par l'origine (0,0) du repère. Le coefficient a est le coefficient directeur (pente) de cette droite.

NB :

Si a>0, la droite monte de gauche à droite.

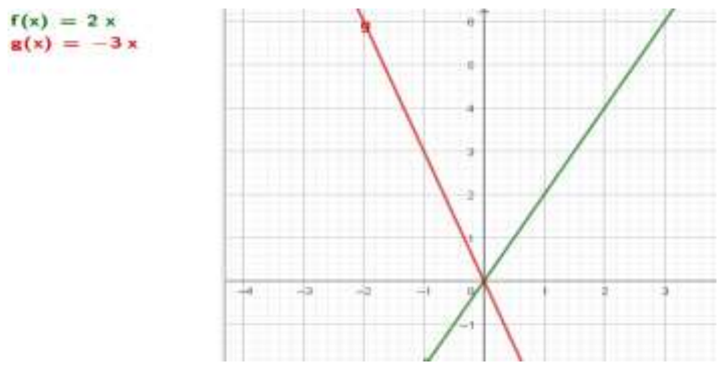
Si a<0, la droite descend de gauche à droite.

La pente de la droite représente le taux de variation de la fonction**.**

Exemple

Soient les fonctions linéaires *f* et g définies par $f(x) = 2x$ *et* $g(x) = -3x$. Pour les tracer il suffit de construire :

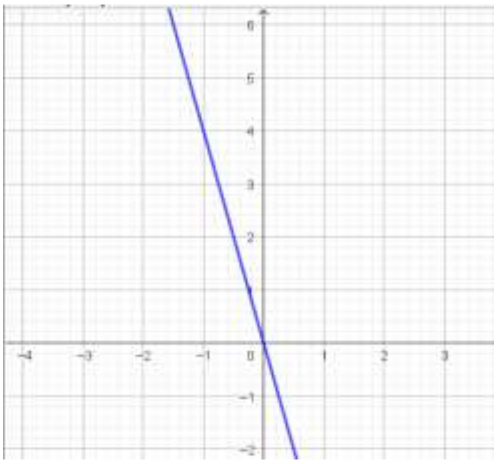
- la droite par (1 ; 2) et (0,0) pour f
- La droite passant (1, -3) et (0,0) pour g .



8.3. Détermination graphique du coefficient directeur de la droite représentative d'une application linéaire.

Soit D la droite représentative d'une application linéaire f telle que f(x)= ax. Pour déterminer graphiquement le coefficient directeur a de D , il suffit de trouver un point A (x_A, y_A) puis de poser la formule : $a=\frac{y_A}{x_A}$

Exemple
Soit g l'application linéaire représentée par la droite sur la figure ci-contre.
Le point de coordonnées (-1, 4) appartient à la droite . Donc le coefficient directeur de la droite est :
$a=\frac{4}{-1}$ d'où $a=-4$



EXERCICES

Exercice 1

Laquelle des fonctions suivantes est une application linéaire ?

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $f(x) = 4x$

c) $f(x) = x^2$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$

Réponse : b) f(x)=4x

Exercice 2 :

Parmi les fonctions suivantes, laquelle n'est pas une application linéaire ?
a) f(x)=−2x
b) f(x)=3x
c) f(x)=5x+1
d) f(x)=0.5x
Réponse : c) f(x)=5x+1

Exercice 3 :

Une application linéaire est représentée par laquelle des équations suivantes ?
a) f(x)=ax+b
b) f(x)=ax
c) f(x)=x+c
d) f(x)=x^2+a
Réponse : b) f(x)=ax

Exercice 4 :

Pour qu'une fonction f soit une application linéaire, elle doit satisfaire à quelle condition ?

a) Le graphe doit être une courbe.

b) Le graphe doit être une droite passant par l'origine.

c) Le graphe doit être une droite quelconque.

d) La fonction doit être une parabole.

Réponse : b) Le graphe doit être une droite passant par l'origine.

Exercice 5 :

Si a>0, comment varie la fonction f(x)=ax ?

a) Elle est décroissante.

b) Elle est constante.

c) Elle est croissante.

d) Elle n'a pas de sens de variation défini.

Réponse : c) Elle est croissante

Exercice 6 :

Si a<0 , comment varie la fonction f(x)=ax ?

a) Elle est croissante.

b) Elle est décroissante.

c) Elle est constante.

d) Elle n'a pas de sens de variation défini.

Réponse : b) Elle est décroissante.

Exercice 7 :

Pour la fonction (x)=−5x, comment varie f(x) lorsque x augmente ?

a) f(x) augmente.

b) f(x) diminue.

c) f(x) reste constant.

d) f(x) devient positif.

Réponse : b) f(x) diminue.

Exercice 8 :

Pour quelle valeur de a la fonction f(x)=ax est-elle constante ?

a) a>0

b) a<0

c) a=0

d) a=1

Réponse : c) a=0

Exercice 9 :

Le graphe de la fonction f(x)=2x est :

a) Une droite passant par (0, 0) et (1, 2).

b) Une droite passant par (0, 2) et (2, 0).

c) Une droite passant par (1, 1) et (2, 2).

d) Une courbe passant par (0, 0) et (1, 2).

Réponse : a) Une droite passant par (0, 0) et (1, 2).

Exercice 10

Quel est le point de passage obligatoire pour toutes les courbes des fonctions définies par f(x)=ax ?

a) (0, 0)

b) (1, a)
c) (a, 1)
d) (a, a)
Réponse : a) (0, 0)

Exercice 11 :
Quel est le coefficient directeur de la droite passant par les points (0, 0) et (1, 2) ?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Réponse : b) 2
Exercice 12
Voici une liste de coefficients directeurs et de figures . Associe à chacun son correspondant

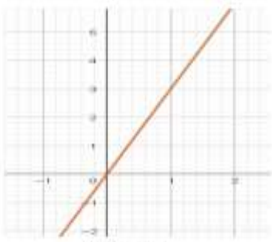


Fig 1

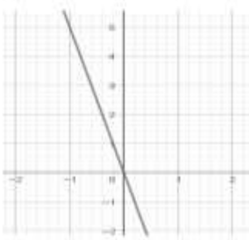


Fig 2

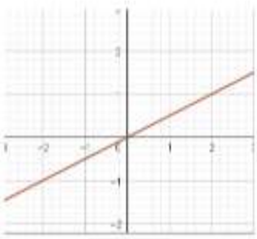


Fig 3

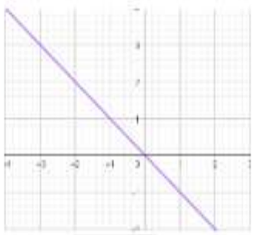


Fig 4

a) -5 ; b) 2 ; c) 3 ; d) -1

Réponses
Fig 1 3
Fig 2 -5
Fig 3 2
Fig 4 -1

Chapitre 9 : Applications affines

Objectifs

- ✓ Définir une application affine.
- ✓ Etablir le lien entre les représentations graphiques d'une application affine et de son application linéaire associée.
- ✓ Utiliser le signe de a pour donner le sens de variation d'une application affine définie par f(x) = ax + b.
- ✓ Représenter graphiquement une application affine et exploiter ce graphique.
- ✓ Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite représentative d'une application affine.

RÉSUMÉ

9.1.Définition :

Une **application affine** est une fonction f de la forme f(x)=ax+b, où a et b sont des constantes.

- ✓ a est le coefficient de l'application affine.
- ✓ b est l'ordonnée à l'origine (lorsque = 0)

Exemple 1 :

f(x)= 3x+6 ; a=3 et b=6

g(x)= -2x+1 ; a=-2 et b= 1

Exemple 2 : Soit f l'application affine d'expression générale $f(x) = ax + b$

Détermine les réels a et b tels que $f(3) = 9$ et $f(2) = 2$.

Calcul du coefficient a.

$$a = \frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{9-2}{1} = \frac{7}{1} = 7$$

Calcul de b.

$f(x) = ax + b$

$b = f(2) - 7(2) = 2 - 14 = -12$

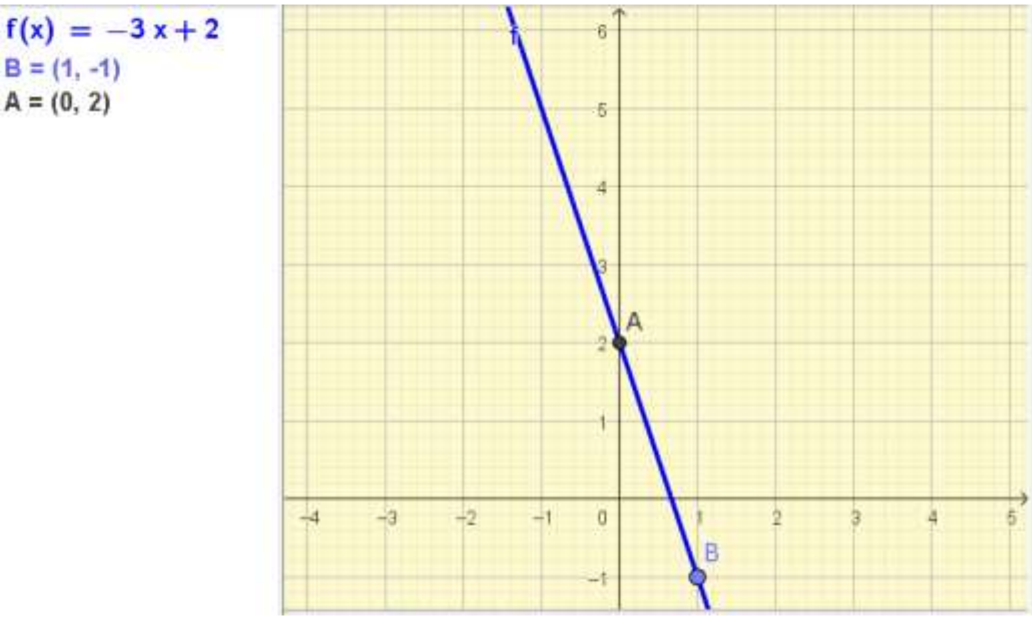
$a = 7$; $b = -12$

f(x)= 7x-12

9.2. Représentation graphique d'une application affine

L'application affine f telle que f(x)=ax+b est représentée dans un repere par la droite d'équation y=ax+b. Pour la tracer il suffit de déterminer deux de ces points . Par exemple le points de coordonnées (0, b) et un autre point facile à placer.

Exemple :



9.3. Sens de Variation d'une application affine définie par f(x)=ax+b

- ✓ Si a>0 , la fonction est croissante.
- ✓ Si a<0 , la fonction est décroissante.
- ✓ Si a=0 , la fonction est constante.

Exemples

f(x)=−2x +4, f est décroissante car a=-2 <0

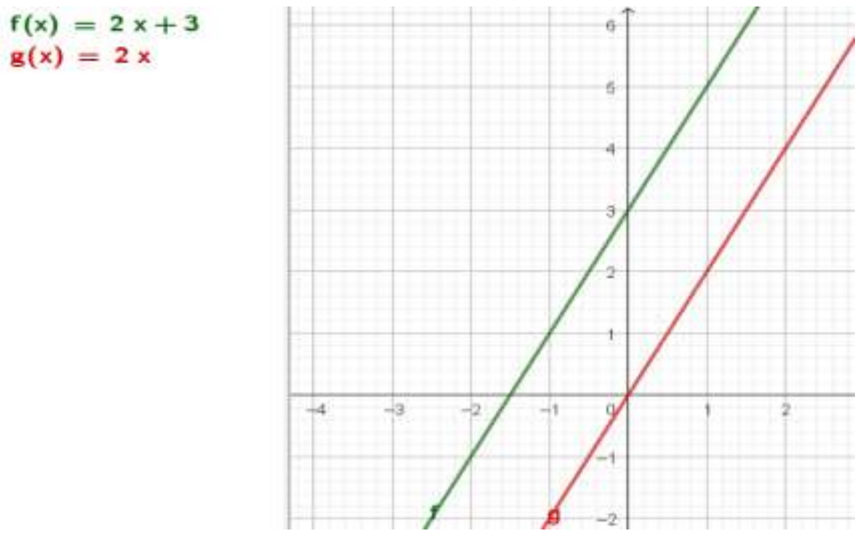
g(x)=5x+1, g est croissante car a= 5 >0

h(x)=3, h est constante car a=0

9.4. Lien entre les représentations graphiques d'une application affine et de son application linéaire associée

Pour une application affine f telle que f(x)=ax+b, l'application linéaire associée est g telle que g(x)=ax. Graphiquement, les droites représentatives des deux fonctions ont le même coefficient directeur a. Cependant, la droite de l'application affine est décalée verticalement par rapport à la droite de l'application linéaire associée en fonction de b.

Exemple :



9.5 : Détermination graphique du coefficient directeur de la droite représentative d'une application affine

Pour déterminer graphiquement le coefficient directeur a d'une droite représentant une application affine :

1. Choisir deux points distincts sur la droite.
2. Utiliser la formule de la pente $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ pour calculer le coefficient directeur.

Exemple :

Déterminons le coefficient directeur

de la ci-contre représentant le graphique d'une fonction affine f.
Considérons pour cela deux de ses points :
A (1,1) et B(2,3)

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a= $\frac{3-1}{2-1}$=2

a=2

EXERCICES

Exercice 1 :

Laquelle des fonctions suivantes est une application affine ?

a) f(x)=3x

b) f(x)=2x+1

c) f(x)= x^2

d) f(x)=$\frac{1}{x}$

Réponse : b) f(x)=2x+1

Exercice 2

Parmi les fonctions suivantes, laquelle n'est pas une application affine ?

a) $f(x) = -2x + 3$

b) $f(x) = 3x - 5$

c) $f(x) = 4x$

d) $f(x) = x^2 + 1$

a)
b)
c)
d)

Exercice 3

Une application affine est représentée par laquelle des équations suivantes ?

a) $f(x) = ax + b$

b) $f(x) = ax$

c) $f(x) = x + c$

d) $f(x) = x^2 + a$

a)
b)
c)
d)

Exercice 4

Quel est le lien entre le graphe de $f(x) = 2x + 3$ et celui de $g(x) = 2x$?

a) Les deux sont des courbes.

b) Les deux sont des droites parallèles.

c) Les deux sont la même droite.

d) Les deux sont des droites non parallèles.

a)
b)
c)
d)
Exercice 5 :

Pour $f(x) = -3x + 1$, l'application linéaire associée est :

a) $g(x) = -3x$

b) $g(x) = x + 1$

c) $g(x) = 3x$

d) $g(x) = -x$

a)
b)
c)
d)
Exercice 6

Pour $a = 3$, comment varie la fonction $f(x) = ax + b$?

a) Elle est décroissante.

b) Elle est croissante.

c) Elle est constante.

d) Elle n'a pas de sens de variation défini.

a)
b)
c)
d)
Exercice 7

Le graphe de la fonction $f(x) = 2x + 1$ est :

a) Une droite passant par (0, 1) et (1, 3).

b) Une droite passant par (0, 2) et (2, 0).

c) Une droite passant par (1, 1) et (2, 2).

d) Une courbe passant par (0, 0) et (1, 2).

a)
b)
c)
d)

Exercice 8

Le graphe de $f(x) = -3x + 2$ passe par :

a) (0, 2) et (1, -1)

b) (0, -3) et (1, 0)

c) (1, 1) et (-1, -3)

d) (0, 0) et (-1, 3)

a)
b)
c)
d)

Exercice 9 :

Quel est le point de passage obligatoire pour toutes les fonctions affines $f(x) = ax + b$ où $b \neq 0$?

a) (0, b)

b) (1, a)

c) (a, 1)

d) (0, 0)

a)
b)
c)
d)

Exercice 10 :
Quelle est le coefficient directeur de la droite passant par les points (0, 1) et (1, 3) ?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Exercice 11
Le coefficient directeur de la droite passant par les points (0, 2) et (-2, 8) est :
a) -3
b) 3
c) -6
d) 6

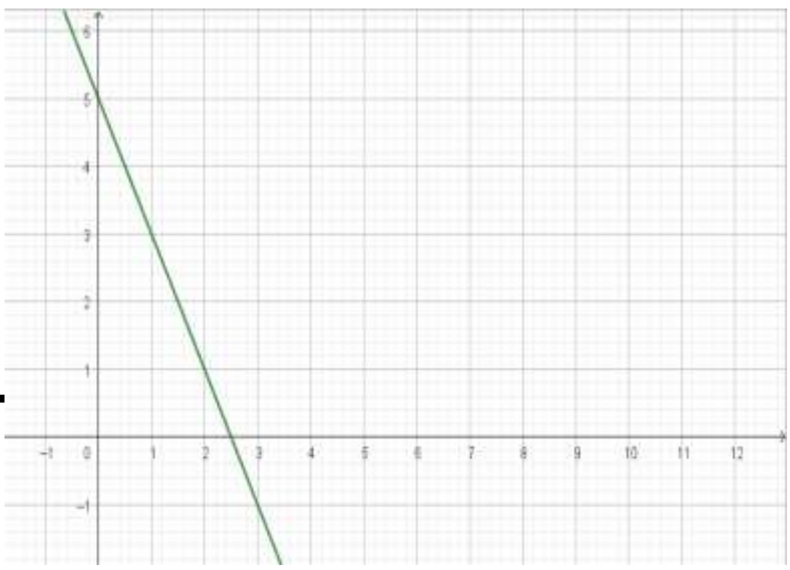
Exercice 12
La droite représentée sur la figure ci- contre a pour coefficient directeur :

a) -3

b) 3

c) -2

d) 5



PARTIE GÉOMETRIE

Programme officiel

CHAPITRE 2 : Multiplication d'un vecteur par un réel

Objectifs

- Définir le produit d'un vecteur par un réel.
- Reconnaître une expression représentant le produit d'un vecteur par un réel.
- Construire le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ pour un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un réel k données.
- Utiliser les propriétés :

  étant donné les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ et les réels x et y :

  a) $x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = x\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{CD}$;

  b) $(x+y)\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AB}$;

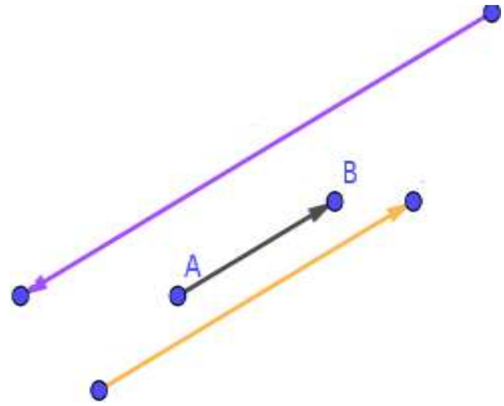
  c) $(xy)\overrightarrow{AB} = x(y\overrightarrow{AB})$.
- Définir la colinéarité de 2 vecteurs.
- Prouver l'alignement de 3 points ou le parallélisme de 2 droites à partir d'une égalité du type : $k\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$ ou $k\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- Définir un vecteur directeur d'une droite dont on connaît deux points.

RÉSUMÉ

2.1.Définition :

Le produit d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ par un réel k est un vecteur noté $k\overrightarrow{u}$ tel que :

- La direction de $k\overrightarrow{u}$ est la même que celle de $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$ et opposée si $k < 0$.
- Le sens de $k\overrightarrow{u}$ est le même que celui de $\overrightarrow{u}$ si k est positif et opposé si k est négatif.
- La norme (longueur) de $k\overrightarrow{u}$ est $k \times \|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$
- La norme (longueur) de $k\overrightarrow{u}$ est $-k \times \|\overrightarrow{u}\|$ si $k < 0$

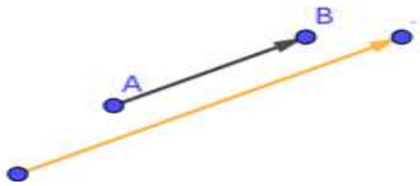


2.2. Construction

Construction du Vecteur $k\overrightarrow{AB}$

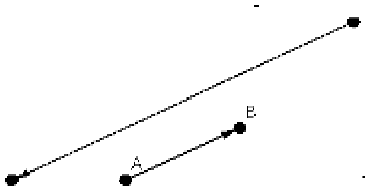
Pour un vecteur $\overrightarrow{AB}$ et un réel k, le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ est construit comme suit :

1. Direction : Identique à celle de $\overrightarrow{AB}$.
2. Sens : Identique si $k > 0$
3. Norme : Longueur de $k \times \|\overrightarrow{AB}\|$.



Sens : opposé si $k < 0$.

Norme : Longueur de $-k \times \|\overrightarrow{AB}\|$.



Exemple

Si $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur et $k = 2$, alors $2\overrightarrow{AB}$ est un vecteur dans la même direction que $\overrightarrow{AB}$ mais deux fois plus long.

Propriété

1. Distributivité par rapport à l'addition des vecteurs :
$$x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = x\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{CD}$$
2. Distributivité par rapport à l'addition des réels :
$$(x + y)\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AB}$$
3. Associativité de la multiplication par un réel :
$$(xy)\overrightarrow{AB} = x(y\overrightarrow{AB})$$

2.3.Colinéarité de deux Vecteurs

Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$. Cela signifie qu'ils ont la même direction ou des directions opposées.

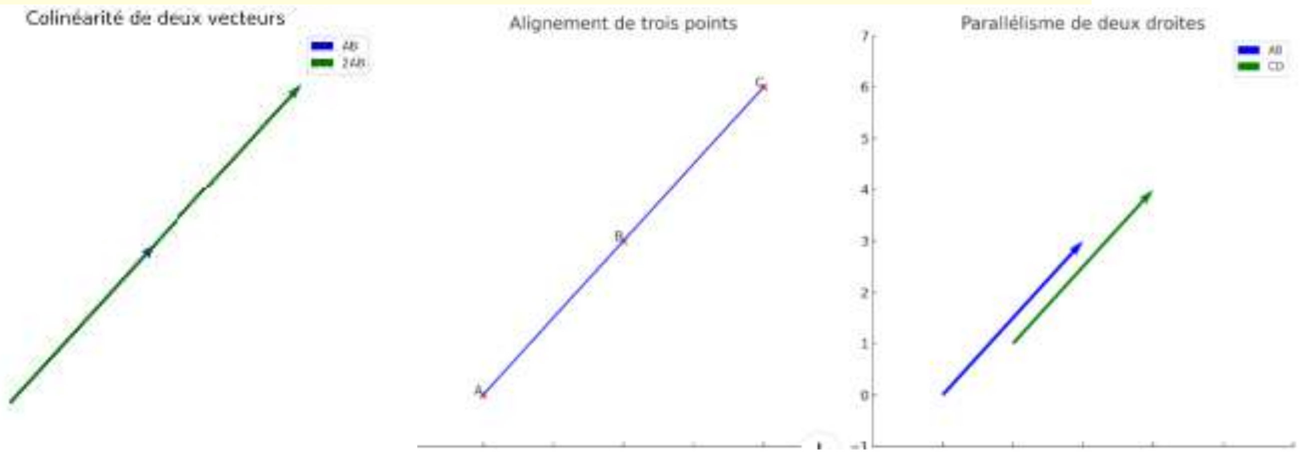
2.4. Alignement de trois Points ou le parallélisme de deux droites

Pour prouver que trois points A, B, et D sont alignés ou que deux droites sont parallèles, on utilise la colinéarité des vecteurs :

- **Alignement de trois points** : Les points A, B, et D sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires, c'est-à-dire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB}$.
- **Parallélisme de deux droites** : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, c'est-à-dire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.

2.5. Vecteur Directeur d'une Droite

Un vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ d'une droite d est un vecteur non nul qui a la même direction que d. Si l'on connaît deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ sur la droite, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A, y_B - y_A)$.



Exercices

Exercice 1

Quel est le produit de -2 par le vecteur $\overrightarrow{AB}$?

a) Un vecteur dans le même sens que $\overrightarrow{AB}$ et deux fois plus long

b) Un vecteur dans le sens opposé à $\overrightarrow{AB}$ et deux fois plus long

c) Un vecteur dans le même sens que $\overrightarrow{AB}$ et deux fois plus court

a)

b)

c)

Exercice 2

Si $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{CD}$, alors :

a) $\overrightarrow{AB}$ est quatre fois plus long que $\overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{CD}$ est quatre fois plus long que $\overrightarrow{AB}$

a)

b)

Exercice 3

Laquelle des propriétés suivantes est correcte ?

a) $x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = x\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{CD}$

b) $x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{CD}$

c) $x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = x\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

a)

b)

Exercice 4

Les points A, B, C sont alignés si :

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ pour un réel k

c) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$

a)

b)

c)

Exercice 5

Pour prouver que deux droites sont parallèles, il faut montrer que :

a) Leurs vecteurs directeurs sont égaux

b) Leurs vecteurs directeurs sont colinéaires

a)

b)

Exercice 6

Soient les points C, D, E et F tels que : $\overrightarrow{EF} = 0.5\overrightarrow{CD}$.

a) Les droites (EF) et (CD) sont de même direction

b) Les droites (EF) et (CD) sont parallèles

c) Les droites (EF) et (CD) sont de directions différentes

Exercice 7

Soient les points A, B, C tels que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

a) A, B, C sont alignés

b) $\overrightarrow{AC}$ est un vecteur directeur de la droite (AB)

c) $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AC)

a)

b)

c)

Exercice 8 :

Les deux vecteurs représentés ci-dessus :

a) sont des vecteurs directeurs d'une même droite

b) sont tels que : $\vec{v} = -3\vec{u}$

c) sont de sens opposés

d) sont tels que la norme de $\vec{v}$ est égale au tiers de celle de $\vec{u}$

a)
b)
c)
d)

CHAPITRE 3 : Coordonnées d'un vecteur

Objectifs :

- ✓ Déterminer les coordonnées d'un vecteur connaissant celles des extrémités d'un représentant de ce vecteur.
- ✓ Déterminer les coordonnées d'une somme ou différence de deux vecteurs, connaissant celles des deux vecteurs.
- ✓ Déterminer les coordonnées du produit d'un vecteur donnépar un nombre réel donné.
- ✓ Vérifier si deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sontégaux.
- ✓ Vérifier si deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sontcolinéaires ou non.
- ✓ Déterminer l'expression analytique du produit scalaire dansune base orthonormée.
- ✓ Utiliser la condition d'orthogonalité de deux vecteurs dans un repère orthonormé.
- ✓ Calculer la norme d'un vecteur.
- ✓ Calculer la distance de deux points donnés du plan

RÉSUMÉ

3.1. Déterminer les coordonnées d'un vecteur connaissant celles des extrémités d'un représentant de ce vecteur

Les coordonnées d'un vecteur $\vec{AB}$ dont les extrémités sont les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ se déterminent par :

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Exemple :

Soit $A(2,3)$ et $B(5,7)$, les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont :

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 5-2 \\ 7-3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3.2. Déterminer les coordonnées d'une somme ou différence de deux vecteurs, connaissant celles des deux vecteurs

Si les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont pour coordonnées $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$, alors :

- La somme $\vec{AB} + \vec{CD}$ a pour coordonnées :
  $\vec{AB} + \vec{CD}\begin{pmatrix} (x_B - x_A) + (x_D - x_C) \\ (y_B - y_A) + (y_D - y_C) \end{pmatrix}$
- La différence $\vec{AB} - \vec{CD}$ a pour coordonnées :
  $\vec{AB} - \vec{CD}\begin{pmatrix} (x_B - x_A) - (x_D - x_C) \\ (y_B - y_A) - (y_D - y_C) \end{pmatrix}$

Exemple :

Soit $A(1, 2)$, $B(4, 6)$, $C(2, 3)$, et $D(5, 7)$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 6 - 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 7 - 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} + \vec{CD}\begin{pmatrix} 3 + 3 \\ 4 + 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} - \vec{CD}\begin{pmatrix} 3 - 3 \\ 4 - 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

3.3. Déterminer les coordonnées du produit d'un vecteur donné par un nombre réel donné

Si le vecteur $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et k est un nombre réel, alors :

$k\vec{AB}\begin{pmatrix} k(x_B - x_A) \\ k(y_B - y_A) \end{pmatrix}$

Exemple :

Soit $A(1, 2)$ et $B(4, 6)$, et $k = 2$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 6 - 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$2\vec{AB}\begin{pmatrix} 2 \times 3 \\ 2 \times 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

3.4. Vérifier si deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sont égaux

Deux vecteurs $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ sont égaux si et seulement si :

$x_B - x_A = x_D - x_C$ et $y_B - y_A = y_D - y_C$

Exemple :

Soit $A(1,2)$, $B(4,6)$, $C(2,3)$, et $D(5,7)$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix}4-1\\6-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}5-2\\7-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

Donc, $\vec{AB}$ = $\vec{CD}$.

3.5. Vérifier si deux vecteurs donnés par leurs coordonnées sont colinéaires ou non

Deux vecteurs $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si :

$(x_B-x_A)(y_D-y_C)=(y_B-y_A)(x_D-x_C)$

Exemple :

Soit $A(1,2)$, $B(4,8)$, $C(2,3)$, et $D(5,9)$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix}4-1\\8-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}5-2\\9-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$

$3\times 6=6\times 3$

$18=18$

Donc, $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

3.6. Déterminer l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ dans une base orthonormée (O, I, J) est donné par :

$\vec{AB}\cdot\vec{CD}=(x_B-x_A)(x_D-x_C)+(y_B-y_A)(y_D-y_C)$

Exemple :

Soit $A(1,2)$, $B(4,6)$, $C(2,3)$, et $D(5,7)$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix}4-1\\6-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}5-2\\7-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\cdot\vec{CD}=3\times 3+4\times 4=9+16=25$

3.7. Utiliser la condition d'orthogonalité de deux vecteurs dans un repère orthonormé

Deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul :

$\vec{AB}\cdot\vec{CD}=0$

Exemple :

Soit $A(1,2)$, $B(4,6)$, $C(2,5)$, et $D(5,2)$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix}4-1\\6-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$\vec{CD}\begin{pmatrix}5-2\\2-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\cdot\vec{CD}=3\times 3+4\times(-3)=9-12=-3$

Ici, $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas orthogonaux car leur produit scalaire n'est pas nul.

3.8. Calculer la norme d'un vecteur

La norme d'un vecteur $\vec{AB}$ $(x_B - x_A, y_B - y_A)$ est donnée par :
$||\vec{AB}|| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple :

Soit $A(1,2)$ et $B(4,6)$, la norme de $\vec{AB}$ est :
$||\vec{AB}|| = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

3.9. Calculer la distance de deux points donnés du plan

La distance entre deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ est donnée par :
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

EXERCICES

Exercice 1

Q1 : Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ si $A(2,3)$ et $B(5,7)$?

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

a) ; b) ; c)

Q2 : Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{AB} + \vec{CD}$ si $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$?

a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

a) ; b) ; c)

Q3 : Quelles sont les coordonnées de $2\vec{AB}$ si $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1.5 \\ 2 \end{pmatrix}$

a) ; b) ; c)

Q4 : Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont-ils colinéaires si $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix}$?

a) Oui

b) Non

a) Oui

b) Non

Exercice 2

Quel est le produit scalaire de $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ si $\vec{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

a) 11

b) 14

c) 8

a) ; b) ; c)

Exercice 3

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont-ils orthogonaux si $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$?

a) Oui

b) Non

a) Oui

b) Non

Exercice 4

Quelle est la distance entre les points $A(1,1)$ et $B(4,5)$?

a) 16

b) 5

c) $\sqrt{20}$

a) ; b) ; c)

Quelle est la distance entre les points $A(2,3)$ et $B(6,7)$?

a) $\sqrt{32}$

b) $\sqrt{16}$

c) $\sqrt{8}$

a) ; b) ; c)

Quelle est la distance entre les points $A(-3,0)$ et $B(3,0)$?

a) 6

b) 3

a) ; b)

Exercice 5

La norme (ou longueur) d'un vecteur $\vec{AB}$ dans un repère orthonormé (O, I, J) est donnée par :

$$||\vec{AB}|| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Vrai

Faux

Quelle est la norme du vecteur $\vec{AB}$ si $A(1,2)$ et $B(1,5)$?

a) 4

b) 3

c) $\sqrt{2}$

a) ; b) ; c)

Quelle est la norme du vecteur $\vec{AB}$ si $A(-1,-2)$ et $B(2,2)$?

a) $\sqrt{13}$

b) 5

c) $\sqrt{10}$

a) ; b) ; c)

CHAPITRE 4 : Équations de droites

Objectifs

- Trouver une équation cartésienne d'une droite :

- passant par 2 points donnés du plan ;
- passant par un point donné et parallèle/perpendiculaire àune droite donnée ;
- passant par un point donné et de coefficient directeurdonné ;
- connaissant un vecteur directeur et un point de cette droite.

- .Déterminer un vecteur directeur d'une droite dont onconnaît une équation.
- Déterminer le coefficient directeur d'une droite d'équationdonnée sous la forme $ax + by + c = 0$.
- Reconnaître si un point de coordonnées données est surune droite donnée.
- Reconnaître si 2 droites données par leurs équations sontparallèles, perpendiculaires.

- Interpréter des équations du type $x = a$ ou $y = b$.
- Tracer une droite déterminée par :

- un point et un vecteur directeur ;

- un point et le coefficient directeur ;

- une équation.

- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de 2droites sécantes.
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection d'une droite avec les axes.

RÉSUMÉ

4.1. Trouver une équation cartésienne d'une droite passant par 2 points donnés du plan

Pour trouver l'équation d'une droite passant par deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, on peut utiliser la formule :

$y -$ Exemple :

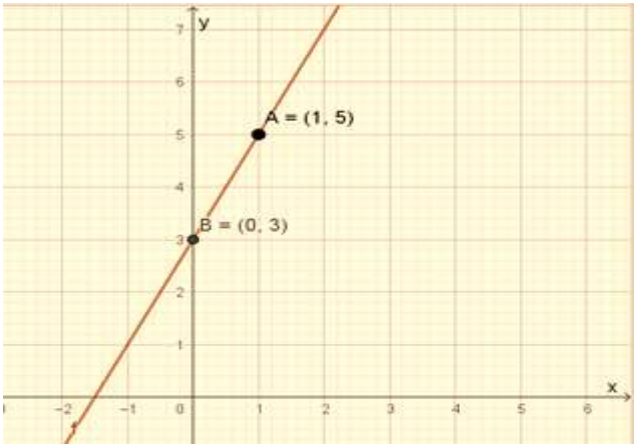
Soit $A(1,2)$ et $B(4,5)$, l'équation de la droite passant par ces points est :

$$y - 2 = \frac{5-2}{4-1}(x-1)$$
$$y - 2 = \frac{3}{3}(x-1)$$
$$y - 2 = x - 1$$
$$y = x + 1$$

NB :

Pour tout point M(x,y) de la droite (AB) , les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéires.
On peut donc établir rapidement la condition de colinéarité de deux vecteurs et obtenir l'équation de (AB)
Pour construire un droite dont une équation est donnée, il suffit de trouver deux points dont les couples de coordonnées vérifient l'équation.

Exemple
Traçons dans un repère orthonormé la droite d'équation y=2x+3
Les points A(0,3) et B(1,5) appartiennent à cette droite .



4.2 Trouver une équation cartésienne d'une droite passant par un point donné et parallèle/perpendiculaire à une droite donnée

- **Parallèle** : Si une droite d est parallèle à une droite d'équation $y = mx + c$, elle aura la même pente m. L'équation d'une droite parallèle passant par un point $A(x_A, y_A)$ est :
  $y - y_A = m(x - x_A)$
- **Perpendiculaire** : Si une droite d est perpendiculaire à une droite d'équation $y = mx + c$, elle aura une pente $-\frac{1}{m}$. L'équation d'une droite perpendiculaire passant par un point $A(x_A, y_A)$ est :
  $y - y_A = -\frac{1}{m}(x - x_A)$

Exemple :

Pour une droite parallèle à $y = 2x + 3$ passant par $A(1, 2)$:

$y - 2 = 2(x - 1)$

$y - 2 = 2x - 2$

$y = 2x$

Pour une droite perpendiculaire à $y = 2x + 3$ passant par $A(1, 2)$:

$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

$y - 2 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

4.3. Trouver une équation cartésienne d'une droite passant par un point donné et de coefficient directeur donné

L'équation d'une droite passant par un point $A(x_A, y_A)$ et ayant un coefficient directeur m est :

$y - y_A = m(x - x_A)$

Exemple :

Pour une droite passant par $A(1, 2)$ avec un coefficient directeur de 3 :

$y - 2 = 3(x - 1)$

$y - 2 = 3x - 3$

$y = 3x - 1$

4.4. Trouver une équation cartésienne d'une droite connaissant un vecteur directeur et un point de cette droite

Si une droite a un vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et passe par un point $A(x_A, y_A)$ l'équation cartésienne est donnée par :

$a(y - y_A) = b(x - x_A)$

Exemple :

Pour une droite passant par $A(1, 2)$ et ayant un vecteur directeur $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$:

$2(y - 2) = 3(x - 1)$

$2y - 4 = 3x - 3$

$2y = 3x + 1$

$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

4.5. Déterminer un vecteur directeur d'une droite dont on connaît une équation

Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$, un vecteur directeur $\vec{u}$ est donné par $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

Exemple :

Pour la droite $3x + 4y - 5 = 0$, un vecteur directeur est :

$\vec{u}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

4.6.Déterminer le coefficient directeur d'une droite d'équation donnée sous la forme ax+by=0

Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$, le coefficient directeur m est donné par :

$m = -\frac{a}{b}$

Exemple :

Pour la droite $3x + 4y - 5 = 0$, le coefficient directeur est :

$m = -\frac{3}{4}$

4.7. Reconnaître si un point de coordonnées données est sur une droite donnée

Un point $A(x_A, y_A)$ est sur la droite d'équation $ax + by + c = 0$ si :

$ax_A + by_A + c = 0$

Exemple :

Le point $A(1, 2)$ est-il sur la droite $3x + 4y - 5 = 0$?

$3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 5 = 3 + 8 - 5 = 6$

Comme $6 \neq 0$, le point $A(1, 2)$ n'est pas sur la droite.

4.8. Reconnaître si 2 droites données par leurs équations sont parallèles ou perpendiculaires

- Parallèles : Deux droites $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$.
- Perpendiculaires : Deux droites $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont perpendiculaires si $a \cdot a' + b \cdot b' = 0$.

b et b' des réels non nuls

Exemple :

Les droites $3x + 4y - 5 = 0$ et $6x + 8y + 1 = 0$ sont parallèles car $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Les droites $x + 2y - 3 = 0$ et $2x - y + 1 = 0$ sont perpendiculaires car $1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 2 - 2 = 0$.

4.9. Interpréter des équations du type x=a ou y=b

- L'équation $x = a$ représente une droite verticale passant par $x = a$.
- L'équation $y = b$ représente une droite horizontale passant par $y = b$.

Exemple :

x= 0 est l'équation de l'axe des ordonnées et y=0 est celle de l'axe des abscisses dans un repère orthonormé (O, I, J)

4.10. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de 2 droites sécantes

Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites, il faut résoudre le système d'équations constitué par leurs équations.

Pour les droites $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$, nous devons résoudre le système :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

Le couple solution du système est le couple des coordonnées du point d'intersection des 2 droites

Exemple :

Considérons les droites $3x + 4y - 5 = 0$ et $x - y + 1 = 0$. Résolvons le système :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

1. Résolvons la deuxième équation pour x :
   $x = y - 1$
2. Substituons cette expression de x dans la première équation :
   $3(y - 1) + 4y = 5$
   $3y - 3 + 4y = 5$
   $7y - 3 = 5$
   $7y = 8$
   $y = \frac{8}{7}$
3. Utilisons la valeur trouvée de y pour trouver x :
   $x = \frac{8}{7} - 1 = \frac{8}{7} - \frac{7}{7} = \frac{1}{7}$

Le point d'intersection est donc $(\frac{1}{7}, \frac{8}{7})$.

4.11.Déterminer les coordonnées des points d'intersection d'une droite avec les axes

Pour une droite d'équation $ax + by + c = 0$:

- L'intersection avec l'axe des y (où $x = 0$) est trouvée en résolvant $by + c = 0$.
- L'intersection avec l'axe des x (où $y = 0$) est trouvée en résolvant $ax + c =$

Exemple

Pour la droite $3x + 4y - 5 = 0$:

1. Intersection avec l'axe des y :
   $4y - 5 = 0$
   $4y = 5$
   $y = \frac{5}{4}$
   Le point d'intersection est $(0, \frac{5}{4})$.

2. Intersection avec l'axe des x :

$3x - 5 = 0$

$3x = 5$

$x = \frac{5}{3}$

Le point d'intersection est $(\frac{5}{3}, 0)$.

EXERCICES

Exercice

L'équation de la droite passant par les points A(2,3) et B(4,7) s'obtient en posant :

A. $y - 3 = \frac{4}{2}(x - 2)$
B. $y - 3 = 2(x - 2)$
C. $y - 7 = 2(x - 4)$
D. $y - 3 = \frac{7-3}{4-2}(x - 2)$

A. ; B. ; C. ; D.

Quelle est l'équation de la droite parallèle à $y = 2x + 3$ passant par $C(1, 1)$?

A. $y - 1 = 2(x - 1)$
B. $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$
C. $y - 1 = -2(x - 1)$
D. $y - 1 = 2(x + 1)$

A. ; B. ; C. ; D.

Exercice 2

Quel vecteur directeur correspond à la droite d'équation $4x + 5y - 6 = 0$?

A. $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$
B. $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$
C. $\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$
D. $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

A. ; B. ; C. ; D.

Quel est le coefficient directeur de la droite d'équation $3x - 2y + 1 = 0$?

A. $-\frac{3}{2}$
B. $\frac{3}{2}$
C. $-\frac{2}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

A. ; B. ; C. ; D

Exercice 3

Le point $A(1,2)$ est-il sur la droite $2x+3y-7=0$?

A. Oui
B. Non

A. ; B.

Les droites $2x+3y-1=0$ et $4x+6y+2=0$ sont-elles :

A. Parallèles
B. Perpendiculaires
C. Ni l'un ni l'autre

A. ; B. ; C. ; D

Exercice 4

Quelle est l'équation de la droite passant par le point $B(1,2)$ et ayant un vecteur directeur $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$?

A. $4(x-1)=3(y-2)$
B. $3(x-1)=4(y-2)$
C. $4(y-2)=3(x-1)$
D. $3(y-2)=4(x-1)$

A. ; B. ; C. ; D

Exercice 5

Trouver le point d'intersection des droites d'équations $2x+y=5$ et $x-y=1$.

A. $(1,2)$
B. $(2,1)$
C. $(3,1)$
D. $(2,2)$

A. ; B. ; C. ; D

Trouver le point d'intersection des droites d'équations $x+y=4$ et $x-y=2$.

A. $(1,2)$
B. $(3,1)$
C. $(2,2)$
D. $(4,0)$

A. ; B. ; C. ; D

Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de la droite $4x - 3y + 12 = 0$ avec les axes ?

A. $(3,0)$ et $(0,-4)$
B. $(3,0)$ et $(0,4)$
C. $(4,0)$ et $(0,-3)$
D. $(4,0)$ et $(0,3)$

A. ; B. ; C. ; D

CHAPITRE 5 : Angle au centre – angle inscrit dans un cercle

Objectifs

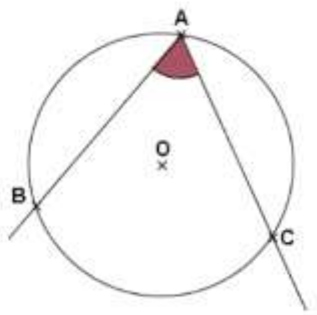
- Reconnaître un angle inscrit dans un cercle, un angle au centre du cercle.
- Reconnaître si 2 angles interceptent le même arc ; dans ce cas, savoir les comparer avec l'angle au centre correspondant et entre eux.

RÉSUMÉ

5.1. Définition

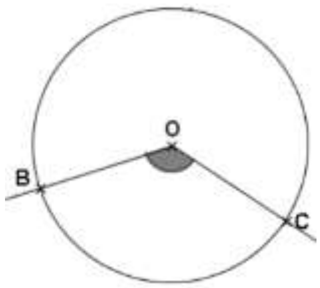
On appelle angle inscrit dans un cercle un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle.

Exemple



On dit que l'angle BÂC intercepte l'arc BC

L'angle dont le sommet est le centre du cercle est appelé **l'angle au centre associé** .



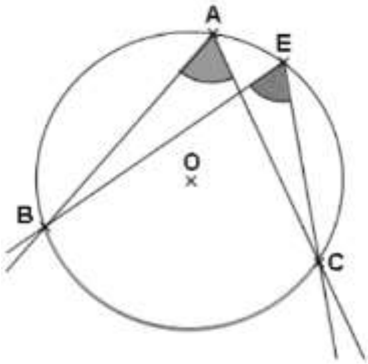
On dit que l'angle BÔC intercepte l'arc BC

BÂC et BÔC sont des angles associés

5.2. Propriétés

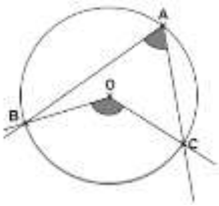
Si dans un cercle deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Exemple :



Les angles inscrits BÂC et BÊC interceptent le même arc BC donc mesBÂC = mesBÊC

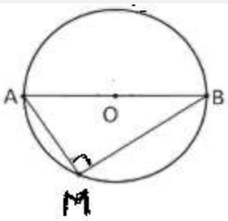
Si dans un cercle un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.



L'angle inscrit BÂC et l'angle au centre BÔC interceptent le même arc BC donc mesBÔC = 2×mesBÂC

Remarque :

Si AMB est un angle inscrit dans un cercle et [AB] est un diamètre du cercle alors AMB est rectangle en M



AMB mesure 90°

EXERCICES

Exercice 1

Complète le texte à trous suivant :

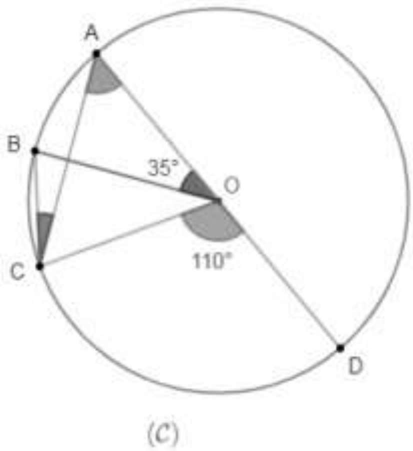
Si dans un cercle deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Si dans un cercle un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.

Exercice 2

Sur la figure ci-dessous :

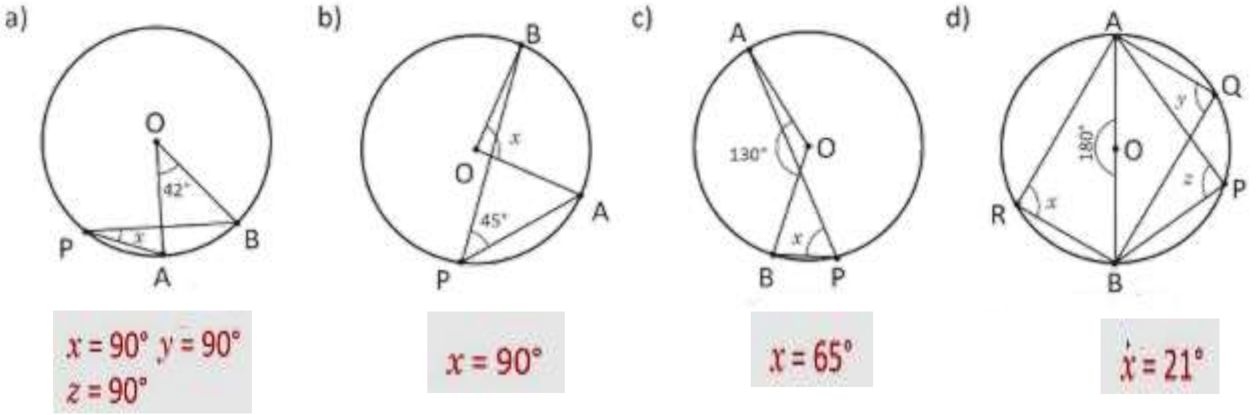
a) CÄD est un angle inscrit
b) AÖC et A¨DC sont des angles associés
c) CÂD et C¨BD interceptent le même arc CD



d) BÖC mesure 35°
e) ACD est rectangle en C
f) CÄD mesure 65°
g) O¨BC est un angle au centre
h) BDA mesure 70°
i) BDA mesure 15°
j) ACD est rectangle

Exercice 3

Associe à chaque figure sa solution



a)(x=21°)
b) (x=90°)
c)(x=65°)
d)(x=90° ; y=90° ; z=90°)

CHAPITRE 6 : Application de la propriété de Pythagore

Objectifs

- Utiliser le théorème de Pythagore pour :

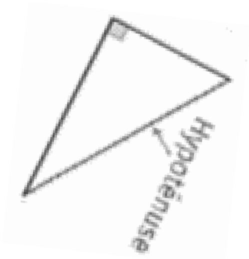
- calculer une distance (longueur de l'hypoténuse, côté d'un triangle, diagonale d'un carré, …) ;
- résoudre des problèmes de construction de triangles.

RÉSUMÉ

Le théorème de Pythagore stipule que dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. Mathématiquement, cela se traduit par :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

où c est la longueur de l'hypoténuse, et a et b sont les longueurs des deux autres côtés.



6.1. Calculer une distance

Le théorème de Pythagore s'applique dans un triangle rectangle, où le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

- Hypoténuse d'un triangle rectangle :

  Si on connaît les longueurs des deux côtés adjacents a et b, on peut trouver l'hypoténuse c en utilisant :
  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Exemple :

Dans le triangle rectangle ABC avec $AB = 3$ cm et $BC = 4$ cm, quelle est la longueur de l'hypoténuse AC ?

c

Solution :
$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5\,\text{cm}$

Côté d'un triangle rectangle :

Si on connaît l'hypoténuse c et un côté a, on peut trouver l'autre côté b en utilisant :
$b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Exemple :
Si $c = 5$ cm et $a = 3$ cm, alors :
$b = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ cm.

- Diagonale d'un carré :

  Pour un carré de côté a, la diagonale d peut être trouvée en utilisant :
  $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

  Exemple :
  Si $a = 4$ cm, alors :
  $d = 4\sqrt{2}$ cm.

6. 2. Résoudre des problèmes de construction de triangles

Pour construire un triangle rectangle connaissant certains de ses éléments, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

Exemple :
Construire un triangle rectangle dont les côtés adjacents à l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm.

Solution :

1. Utiliser le théorème de Pythagore pour trouver l'hypoténuse.
   $c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm.
2. Construire le triangle rectangle :
   - Dessiner un côté de 6 cm.
   - Dessiner un côté perpendiculaire de 8 cm à l'une des extrémités du premier côté.
   - Relier les deux extrémités libres pour former l'hypoténuse de 10 cm.

EXERCICES

Exercice 1

1. Complète le texte avec les mots qui conviennent

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

2.Un triangle rectangle a des côtés mesurant 12cm et 5 cm. Quelle est la longueur de son hypoténuse?

a) 13 cm
b) 8 cm
c) 4 cm
d) 25 cm

3. Un triangle rectangle a une hypoténuse de 5 cm et un côté de 3 cm. Quelle est la longueur de l'autre côté ?

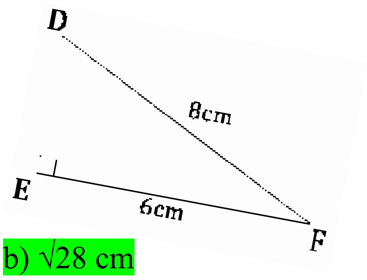
a) 2 cm
b) 3 cm
c) 4 cm
d) 5 cm

4. Un carré a un côté de 4 cm. Quelle est la longueur de sa diagonale ?

a) 4 cm
b) $4\sqrt{2}$ cm
c) 8 cm
d) $8\sqrt{2}$ cm

Exercice 2

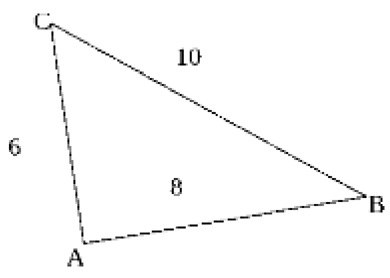
Dans le triangle DEF , DE est égale à :



a) 14 cm
b) $\sqrt{28}$ cm
c) 10 cm
d) $7\sqrt{2}$ cm

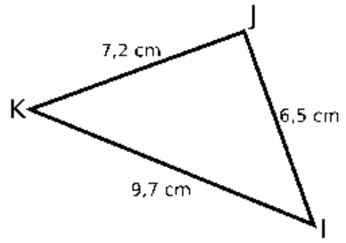
Exercice 3

1. Le triangle ABC



a) n'est pas rectangle
b) est rectangle en A
c) est rectangle en B
d) est rectangle en C

2.Le triangle IJK :



a) n'est pas rectangle

b) est rectangle en I

c) est rectangle en J

Exercice 3

Remets le texte suivant en ordre de façon qu'il corresponde aux étapes de construction d' un triangle rectangle dont les côtés adjacents à l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm .

1. Dessiner un côté de 6 cm.(2)
2. Utiliser le théorème de Pythagore pour trouver l'hypoténuse. (1)
3. Relier les deux extrémités libres pour former l'hypoténuse de 10 cm (4)
4. Dessiner un côté perpendiculaire de 8 cm à l'une des extrémités du premier côté.(3)

CHAPITRE 7 : Trigonométrie

Objectifs

- ✓ Définir le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.
- ✓ Calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle d'un triangle rectangle dont on connaît les côtés.
- ✓ Calculer la mesure de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle et un autre côté.
- ✓ Retrouver et utiliser la relation : $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.
- ✓ Utiliser une table trigonométrique ou une calculatrice pour déterminer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle aigu.
- ✓ Retrouver très rapidement le sinus ou le cosinus de 0° , 30°, 45°,60° ou 90° (ou la tangente quand elle est définie).

RÉSUMÉ

7.1. Définition

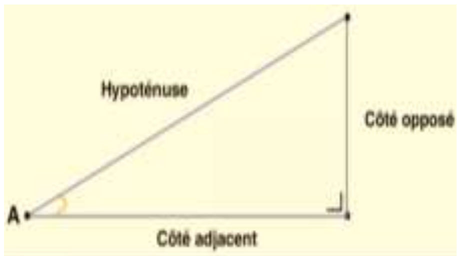
Dans un triangle rectangle, les relations trigonométriques sont définies pour un angle aigu θ. Considérons un triangle rectangle ABC où C est l'angle droit, θ est l'angle BAC, et les côtés $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$:

- Sinus ($\sin$) : Rapport entre la longueur du côté opposé à l'angle et la longueur de l'hypoténuse.

$$\sin(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

- Cosinus ($\cos$) : Rapport entre la longueur du côté adjacent à l'angle et la longueur de l'hypoténuse.

$$\cos(\theta) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$



- Tangente ($\tan$) : Rapport entre la longueur du côté opposé à l'angle et la longueur du côté adjacent.

$$\tan(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Considérons un triangle rectangle ABC où C est l'angle droit,

et les côtés $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$:

- **Sinus** : $\sin(\theta)$ est le rapport entre la longueur du côté opposé à l'angle θ et la longueur de l'hypoténuse.

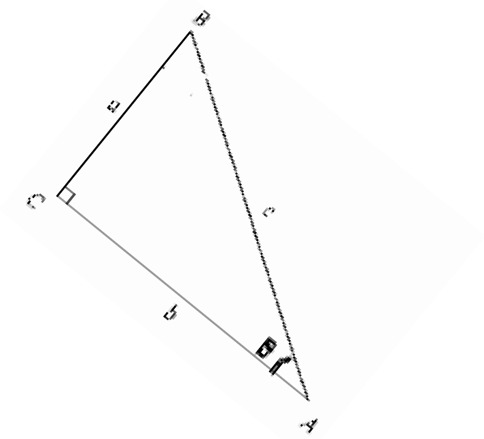
$$\sin(\theta) = \frac{a}{c}$$

- **Cosinus** : $\cos(\theta)$ est le rapport entre la longueur du côté adjacent à l angle θ et la longueur de l'hypoténuse.

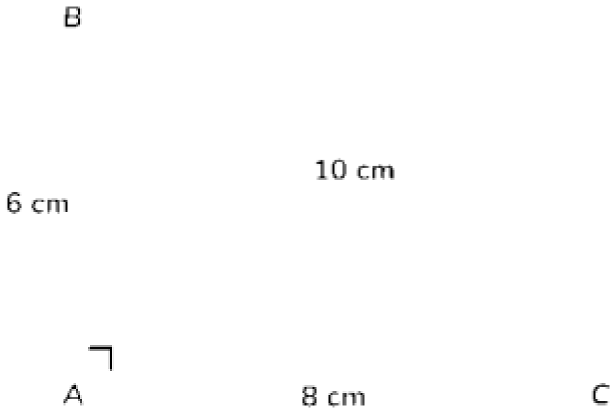
$$\cos(\theta) = \frac{b}{c}$$

- **Tangente** : $\tan(\theta)$ est le rapport entre la longueur du côté opposé à l angle θ et la longueur du côté adjacent à l'angle θ.

$$\tan(\theta) = \frac{a}{b}$$



Exemple



Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

- $\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

7.2. Application

On peut utiliser ces notions pour calculer :

- ✓ **la mesure de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle et un autre côté**
- ✓ **déterminer la mesure d'un angle**

Exemple1 :

On donne le triangle MNP ci-dessous. Calculer MN.

Dans le triangle MNP rectangle en M, on a :

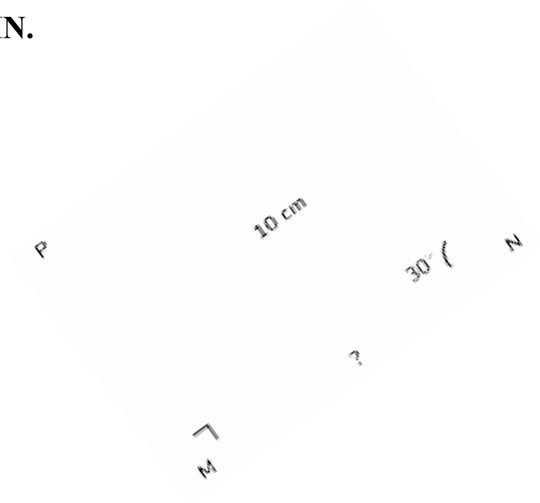
$$\cos\left(\widehat{MNP}\right) = \frac{MN}{NP}$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{MN}{10}$$

On en déduit :

$$MN = 10 \times \cos(30^\circ$$

$$MN \approx 8{,}66 \text{ cm}$$



Exemple 2

On considère un triangle RST rectangle en S tel que : ST = 12 cm ; $\widehat{TRS} = 65°$.

Calculer la longueur RS.

On connaît la mesure de l'angle en R et la longueur de [ST], côté opposé à cet angle et on cherche la mesure de [RS], côté adjacent à cet angle : on peut donc utiliser la tangente de l'angle.

Dans le triangle RST, rectangle en S, on a : $\tan\widehat{TRS} = \frac{ST}{RS}$

Donc : $RS = \frac{ST}{\tan\widehat{TRS}} = \frac{12}{\tan 65°}$

En utilisant la calculatrice, on obtient : RS = 5,6 cm.

Exemple 3

On considère un triangle ABC rectangle en C tel que : AB = 11 cm ; BC = 4 cm.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

On cherche la mesure de l'angle en A pour lequel on connaît la mesure du côté opposé [BC] et la longueur de l'hypoténuse [AB] : on peut donc utiliser le sinus de l'angle.

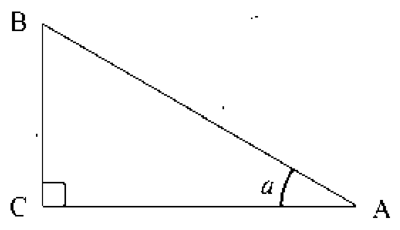
Dans le triangle ABC, rectangle en C, on a : $\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{11}$

En utilisant la calculatrice, on obtient : $\widehat{BAC} \approx 21°$

7.3. Retrouver et utiliser la relation : $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Considérons un triangle ABC rectangle en C.

Soit a la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$



Pour tout angle a aigu : $\boxed{\cos^2 a + \sin^2 a = 1}$ et $\boxed{\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}}$

Démonstration 1 :

Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après la propriété de Pythagore : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Donc : $\cos^2 a + \sin^2 a = \left(\dfrac{AC}{AB}\right)^2 + \left(\dfrac{BC}{AB}\right)^2 = \dfrac{AC^2 + BC^2}{AB^2} = \dfrac{AB^2}{AB^2} = 1$

Démonstration 2 :

$$\frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \frac{BC}{AB} \times \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC} = \tan a$$

Exemple :

Trouver $\cos(a)$ si $\sin(a) = \frac{3}{5}$

Utilisons la relation fondamentale :

$\sin^2(a) + \cos^2(a) = 1$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2(a) = 1$

$\frac{9}{25} + \cos^2(a) = 1$

$\cos^2(a) = 1 - \frac{9}{25}$

$\cos^2(a) = \frac{16}{25}$

$\cos(a) = \pm\frac{4}{5}$

Comme cos(a) est positif on a :

$\cos(a) = +\frac{4}{5}$

Exemple 2 :

$$\sin^4(a) + 2\sin^2(a)\cos^2(a) + \cos^4(a) = (\sin^2(a) + \cos^2(a))^2$$

$$(\sin^2(a) + \cos^2(a))^2 = 1^2 = 1$$

7.3. Utiliser une table trigonométrique ou une calculatrice pour déterminer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle aigu.

Table des angles remarquables

Angle (°)	Sinus (sin)	Cosinus (cos)	Tangente (tan)
0	0	1	0
30	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ ou $\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90	1	0	Non défini (∞)

Exemple 1

Quel angle a un cosinus de 0.500 ?

Réponse : 60°

Exemple 2

Déterminez le sinus d'un angle si sa tangente est 1.000.

Réponse : 45°

EXERCICES

Exercice 1

Quel est le sinus de 45° ?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) 1

a)
b)
c)
d)

2. Quel est le cosinus de 60° ?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) 0

a)
b)
c)
d)
3. Quelle est le tangente de 30° ?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
d) $\sqrt{3}$

a)
b)
c)
d)
4.

Quel angle a un sinus de $\frac{\sqrt{3}}{2}$?
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°

a)
b)
c)
d)
5. Quel angle a une tangente de 1 ?

a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 70°

Exercice 2 :
Voici un extrait d'une table trigonométrique :

Angle (°)	Sinus (sin)	Cosinus (cos)	Tangente (tan)
0	0.000	1.000	0.000
10	0.174	0.985	0.176
20	0.342	0.940	0.364
30	0.500	0.866	0.577
40	0.643	0.766	0.839
45	0.707	0.707	1.000

1. Quel est le sinus de 30° ?

a) 0.342
b) 0.500
c) 0.707
d) 0.866

a)
b)
c)
d

2 . le cosinus de 40° est :

a)	0,707
b)	0,766
c)	0 ,940
d)	0,866

CHAPITRE 8 : Polygones réguliers

Objectifs

- ✓ Construire ces polygones inscrits dans un cercle donné.
- ✓ Déterminer les symétries laissant invariant chacun despolygones.
- ✓ Déterminer l'aire d'un polygone régulier.
- ✓ Reconnaître la relation entre côtés et angles d'un polygone

RÉSUMÉ

8.1.Rappel :

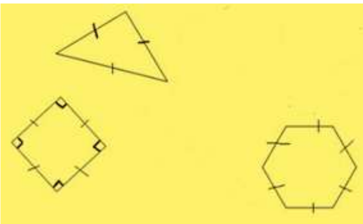
Un polygone régulier à n côtés est une figure :

- ✓ qui a n côtés de même mesure ;
- ✓ dont les angles ont même mesure.

NB : Un polygone est dit inscrit dans un cercle si tous ses sommets sont sur le cercle

Exemples de polygones réguliers :

Triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone, pentagone



8.2. Construire des polygones Inscrits dans un cercle

Propriétés

- Dans un polygone régulier à n côtés :
  - les angles au centre mesurent chacun $\frac{360}{n}$ degrés
  - les angles formés par deux côtés consécutifs mesurent chacun $180 - \frac{360}{n}$
  - les sommets sont équidistants du centre du polygone.
- Tout polygone régulier est inscriptible dans un cercle .Le centre et le rayon de ce cercle sont également appelés **centre** et **rayon** du polygone régulier

La distance entre le centre du polygone et chacun des côtés est l'**apothème**.

Comme les polygones convexes réguliers à n côtés sont semblables, la donnée d'une des trois longueurs (côté, rayon ou apothème) permet de connaître les deux autres et donc de caractériser le polygone.

Si on note a l'apothème, r le rayon et c la moitié du côté d'un polygone régulier à n côtés, ces longueurs sont liées par le théorème de Pythagore : $a^2 + c^2 = r^2$

et par les formules de trigonométrie (les angles étant exprimés en Degrés) suivantes :

$$a = r\cos\left(\frac{180}{n}\right) \qquad c = r\sin\left(\frac{180}{n}\right) \qquad c = a\tan\left(\frac{180}{n}\right)$$

- Tout polygone régulier de n côtés et de centre O est invariant par une rotation de centre O et d'angle $\frac{360°}{n}$ dans le sens positif.

  Caractéristiques d'un polygone régulier :
  - il est inscriptible dans un cercle ;
  - tous les côtés ont la même mesure ;
  - les angles au centre ont la même mesure ;
  - les angles aux sommets ont la même mesure

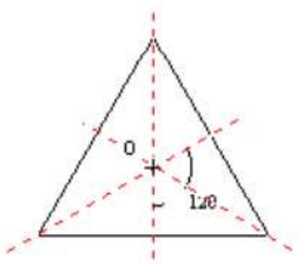
Principaux polygones réguliers

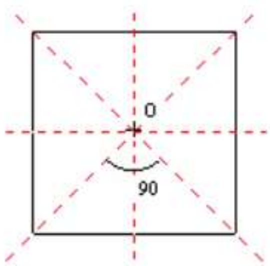
Nbre côtés	nom	Angle au centre	Angle au sommet
3	Triangle équilatéral	120°	60°
4	carré	90°	90°
5	Pentagone régulier	72°	108°
6	Hexagone régulier	60°	120°
7	Heptagone régulier	~51,43°	~128,57°
8	Octogone régulier	45°	135°
9	Ennéagone régulier	40°	140°
10	Décagone régulier	36°	144°
11	Hendécagone régulier	~32,73°	~147,27°
12	Dodécagone régulier	30°	150°
15	Pentadécagone régulier	24°	156°
n	n-gone	$\frac{360}{n}$	$180-\frac{360}{n}$

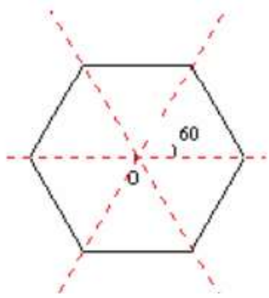
Construction de quelques polygones réguliers.

A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de centre O. B est alors l'image du point A par une rotation de centre O

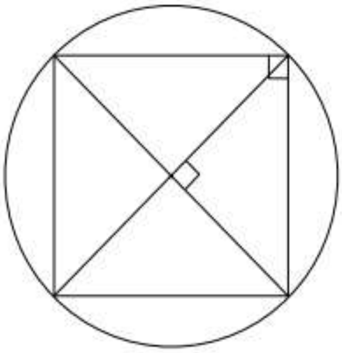
Exemples :

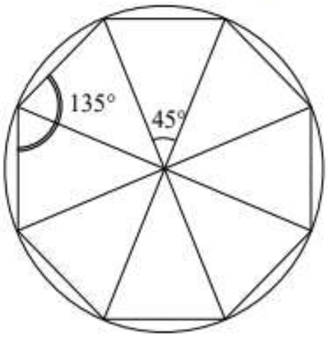






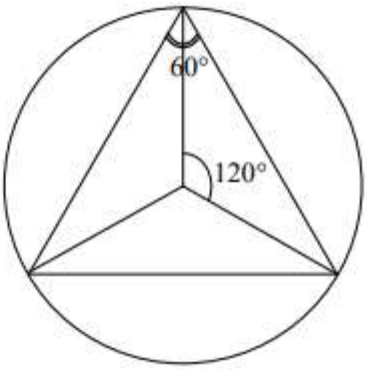
Carré et octogone
Savoir construire un carré ABCD à partir de son centre I et du sommet A.
Rappel : le carré a quatre axes de symétrie : les 2 supports des diagonales (comme tous les losanges) et les 2 médiatrices de ses côtes (comme tous les rectangles) et un centre de symétrie : l'intersection I des diagonales (comme tous les parallélogrammes).
Le carré reste invariant par les rotations de centre I, de sens quelconque, d'angle 90°, 180°, 270° et 360°.

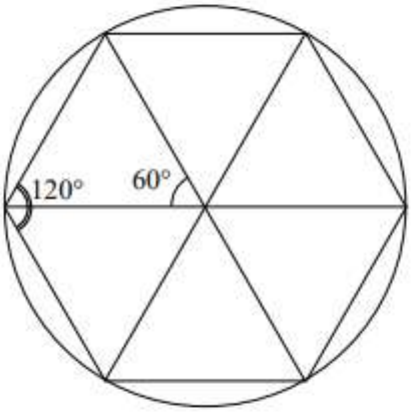




L'octogone régulier a huit axes de symétries (bissectrices de ses angles et médiatrices de ses côtés) et un centre de symétrie (son centre). Il est aussi invariant par la rotation de centre, le centre de l'octogone et d'angle 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°, 360°.

Triangle équilatéral et hexagone.





Pour construire un hexagone ABCDEF régulier à partir de son centre I et le sommet A ;

- ✓ On trace le cercle de centre I et de rayon IA.
- ✓ On trace un arc de cercle de centre A, de rayon IA. Son intersection donne B.
- ✓ On continue ainsi en pointant sur chaque nouveau sommet en tournant dans le même sens.

Pour obtenir un triangle équilatéral à partir de A et I, il suffit de ne relier qu'un sommet sur deux.

Rappel : Un triangle équilatéral a trois axes de symétries : les trois médiatrices (ou hauteurs ou bissectrices). Le triangle équilatéral reste invariant dans les rotations de centre I, de sens quelconque, d'angle 120°, 240° et 360°. Un hexagone a six axes de symétrie (les 3 bissectrices de ses angles et les 3 médiatrices de ses côtés) ; un centre de symétrie (son centre). Il est aussi invariant par la rotation de centre, le centre de l'hexagone et d'angle 60° ; 120°,180°,240 °,360°. Pentagone régulier Un pentagone régulier est invariant par la rotation de centre, le centre du pentagone et d'angle 72°,144°, 216°,288°,360° ; par les symétries d'orthogonales d'axes les cinq médiatrices de ses côtés

✓ **Programme de construction d'un octogone régulier à l'aide du rapporteur**.

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AE]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé.
4) Pointer les amplitudes 45°,90° et 135°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle B et F, C et G, D et H. 7) Relier tous les points pour former l'octogone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AB], :[BC], :[CD], :[DE], :[EF], :[FG], :[GH], [HA].

✓ **Programme de construction d'un décagone régulier à l'aide du rapporteur.**

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AK]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé
4) Pointer les amplitudes 36°,72° et 108° et 144°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle C, M, E, P, G, R, I et T.
7) Relier tous les points pour former le décagone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AC], :[CE], :[EG], :[GI], :[IK], :[KM], :[MP], [PR], [RT], [TA]

✓ **Programme de construction d'un octogone régulier à l'aide du rapporteur**.

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AE]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé.
4) Pointer les amplitudes 45°,90° et 135°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle B et F, C et G, D et H.
7) Relier tous les points pour former l'octogone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AB], :[BC], :[CD], :[DE], :[EF], :[FG], :[GH], [HA].

✓ **Programme de construction d'un décagone régulier à l'aide du rapporteur**.

1) Tracer un cercle de centre O suivant un rayon donné.
2) Tracer un diamètre ([AK]).
3) Placer correctement le rapporteur : le pointeur sur le centre O et le 0° ou 180° dans le prolongement du diamètre tracé
4) Pointer les amplitudes 36°,72° et 108° et 144°.
5) Tracer les diamètres passant par ces pointages et le centre du cercle.
6) Noter les points obtenus sur le cercle C, M, E, P, G, R, I et T. 7) Relier tous les points pour former le décagone régulier. Nous obtenons les segments suivants :[AC], :[CE], :[EG], :[GI], :[IK], :[KM], :[MP], [PR], [RT], [TA].

8.3. Lien entre côtés et angles

Somme des angles intérieurs :

- Pour un polygone à n côtés : $(n-2) \times 180^{\circ}$

Angle intérieur :

- Chaque angle intérieur θ : $\frac{(n-2) \times 180^{\circ}}{n}$

8.4.Périmètre et aire d'un polygone régulier

Si t est la longueur d'une arête, l'aire *A* et le périmètre *p* d'un polygone convexe régulier à n côtés est donné par la formule suivante :

A = $\frac{ap}{2}$ A = $\frac{nt^2}{4\tan\left(\frac{\Pi}{n}\right)}$ et p = nt Si ρ désigne le rayon du polygone, c'est-à-dire la distance entre le centre et un sommet, on obtient :

$$a = \frac{n}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \rho^2 \quad \text{et} \quad p = 2n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \rho$$

Cette aire est aussi égale à la moitié du périmètre multiplié par la longueur de l'apothème.

EXERCICES :

Exercice1 :

Voici les étapes de construction d'un polygone régulier :

1) Avec un compas, dessinez un cercle de rayon R.
2) Divisez le cercle en 6 arcs égaux. Cela se fait en traçant des cordes égales au rayon du cercle.
3) Connectez successivement les points de division pour former le polygone.

Il s'agit :

a) d'un triangle équilatéral ;
b) d'un hexagone ;
c) d'un octogone ;
d) d'un carré

Exercice 2

1. Un polygone régulier possède autant d'axes de symétrie que de côtés. De plus, il possède une symétrie de rotation

a) Vrai
b) Faux

2. Un carré a 4 axes de symétrie : deux diagonales et deux médianes.

a) Vrai
b) Faux

3.Combien d'axes de symétrie possède un hexagone régulier ?
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
4. Un carré est invariant par une rotation de 90°, 180°, 270°, et 360°.
a) Vrai
b) Faux
5. Un triangle équilatéral a 3 axes de symétrie qui sont ses trois médiane. Il n'est pas alors inscriptible dans un cercle.
a) Vrai
b) Faux
Exercice 2
1.

Quelle est la formule pour calculer la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier à n côtés ?
a) $(n-2) \times 90^\circ$
b) $(n-2) \times 120^\circ$
c) $(n-2) \times 180^\circ$
d) $(n-2) \times 360^\circ$

a)
b)
c)
d)

2. Quelle est la somme des angles intérieurs d'un hexagone régulier ?
a) 540°
b) 720°
c) 900°
d) 1080°
3.
Quelle est la mesure d'un angle intérieur d'un pentagone régulier ?
a) 90°
b) 108°
c) 120°
d) 135°

a)
b)
c)
d)
Exercice 3

1.

Quelle est l'aire d'un carré de côté a ?

a) a^2

b) $\frac{a^2}{2}$

c) $2a^2$

d) $4a^2$

a)
b)
c)
d)

2. L'aire d'un pentagone régulier dont la longueur de côté est a est donnée par la formule :

$$A = \frac{5 \times a^2}{4 \times \tan\left(\frac{\pi}{5}\right)}$$

a) Vrai
b) Faux

3. L'aire d'un hexagone régulier dont chaque côté mesure 6 cm est :
a) 935,3 cm^2
b) 93 ,53 cm^2
c) 9,353 cm^2
d) 9353 cm^2

CHAPITRE 9 : Pyramides et Cônes

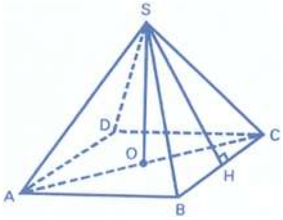
Objectifs

- ✓ Reconnaître une pyramide parmi un certain nombre desolides donnés.
- ✓ Représenter une pyramide régulière en perspectivecavalière.
- ✓ Reconnaître et dessiner un patron d'une pyramide régulière.
- ✓ Construire une pyramide régulière à partir d'un patron donné.
- ✓ Calculer l'aire, le volume d'une pyramide régulière
- ✓ Reconnaître un cône parmi un certain nombre de solidesdonnés.
- ✓ Représenter un cône en perspective cavalière.
- ✓ Reconnaître et dessiner un patron d'un cône.
- ✓ Construire un cône à partir d'un patron donné.
- ✓ Calculer l'aire, le volume d'un cône, d'une pyramide.

RÉSUMÉ

9.1. Reconnaître une pyramide parmi des solides donnés

Une pyramide est un solide dont :



- Une face est un polygone appelé **base**
- Toutes les autres faces sont des triangles qui ont un sommet commun appelé sommet de la pyramide ; ces faces sont appelées **faces latérales**.
- Le sommet principal du solide est relié aux sommets de sa base par des segments appelés **arêtes** de la pyramide .

Exemple

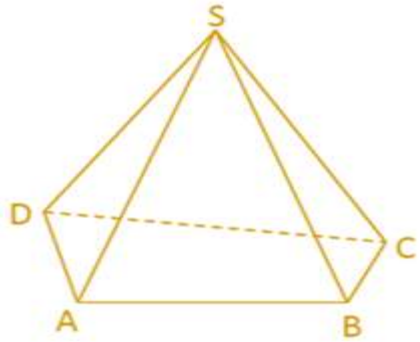
Le solide SABCD représenté ci-contre est une **pyramide**.

Le point S est le **sommet** de la pyramide.

Le quadrilatère ABCD est la **base** de la pyramide.

Les triangles SAB, SBC, SDC et SDA sont les **faces latérales** de la pyramide.

Les segments [SA], [SB], [SC], [SD, [AB], [BC], [CD] et [DA] sont **les arêtes** de la pyramide.



Remarque :

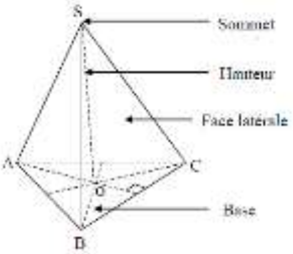
Une pyramide a autant de faces latérales que sa base a de côtés

La **hauteur de la pyramide** est la droite qui passe par le sommet de cette pyramide et qui est perpendiculaire au plan de sa base .

[SH] est la hauteur de la pyramide SABCD ci-contre

Une pyramide est dite **régulière** lorsque :

- ✓ Sa base est un polygone régulier
- ✓ Ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables



SABC est une pyramide régulière de base : le triangle équilatéral ABC.

9.2. Aire et volume

Aire latérale et volume d'une pyramide régulière

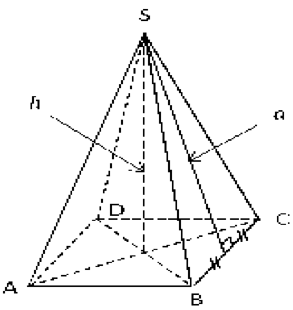
SABCD est une pyramide regulière de base un polygone régulier ABCD.

Aire latérale ($\mathcal{A}$)

$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$, où P est le périmètre de la base et a l'apothème (hauteur d'une face latérale).

Volume de la pyramide (V)

$V = \frac{B \times h}{3}$, où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur .



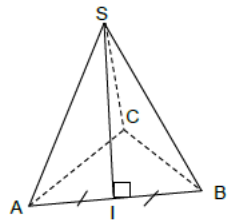
Remarque :

L'aire totale $\mathcal{A}_T$ d'une pyramide fermée à la base est égale à la somme de l'aire latérale $\mathcal{A}$ et de l'aire de la base $\mathcal{B}$ de cette pyramide. Soit $\mathcal{A}_T = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exemple1 :

On donne : SB=9 cm, AB=6 cm et SI=6√2 cm.

Calcule l'aire latérale de la pyramide SABC



Solution :

On sait que : $\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$.

Or $P = 3 \times AB$ et $a = SI = 6\sqrt{2}$

$$\mathcal{A} = \frac{3 \times AB \times SI}{2} = \frac{3 \times 6 \times 6\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}\ cm^2$$

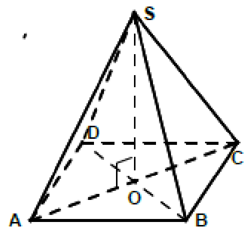
Exemple 2

L'unité de longueur est le centimètre.

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de centre O.

On donne : SO=12 et AB=6.

Calcule le volume V de la pyramide SABCD.



Solution

On sait que : $v = \frac{B \times h}{3}$

Calculons l'aire de la base

$B = c \times c = 6 \times 6 = 36\ cm^2$

La hauteur de la pyramide est SO.

On a h=SO=12 cm.

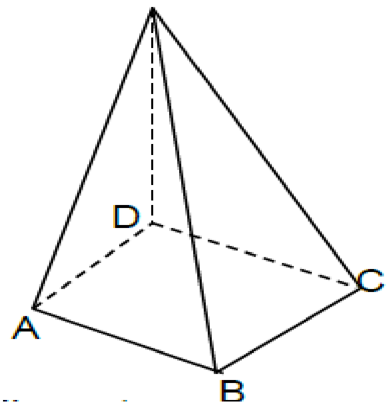
On obtient :

$v = \frac{36 \times 12}{3} = 144\ cm^3$.

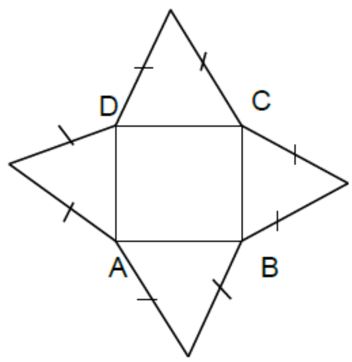
9.3 Patron d'une pyramide

Un patron d'une pyramide est une surface plane, qui, par pliage, doit permettre de retrouver la pyramide .

Exemple



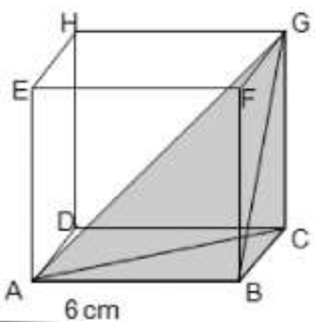
Pyramide régulière à base carrée



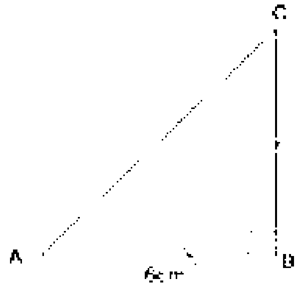
Patron de la pyramide

Exemple de construction d'un patron de pyramide

Construis le patron de la pyramide GABC inscrite dans le cube ABCDEFGH

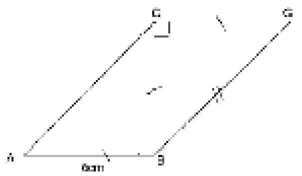


Etape 1 On commence par tracer par exemple la base de la pyramide qui est le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB=BC= 6 cm.



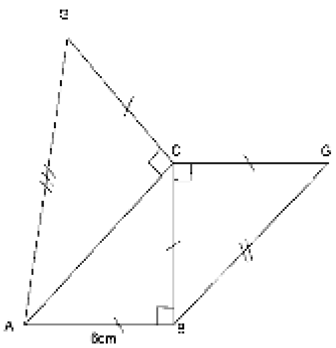
Etape 2

On trace ensuite la face de droite qui est le triangle BCG rectangle et Isocèle en C tel que CG= 6 cm



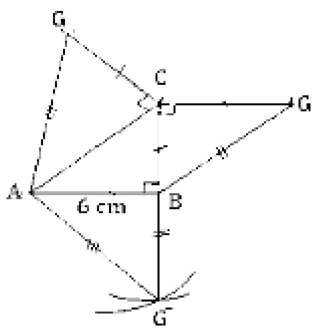
Etape 3

On trace ensuite la face arrière qui est le triangle ACG rectangle en C tel que CG = 6 cm



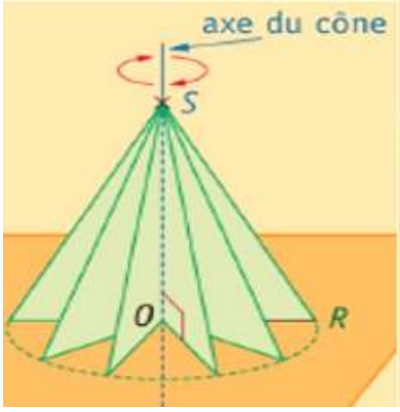
Etape 4

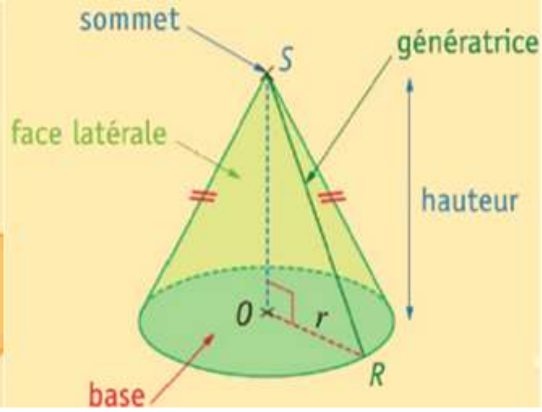
On finit en traçant la face de devant qui le triangle ABG. Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG déjà construites sur les autres triangles.



9.4 Cône de révolution

Un cône de révolution est un solide généré par un triangle rectangle en **rotation** autour d'un des côtés de l'angle droit .





Remarque :
Dans un cône de révolution, la droite qui passe par le sommet du cône et par le centre du cercle de base est perpendiculaire à la base. C'est **la hauteur d**u cône.
9.5. Aire latérale et volume d'un cône de révolution

<u>Aire latérale</u> ($\mathcal{A}$)

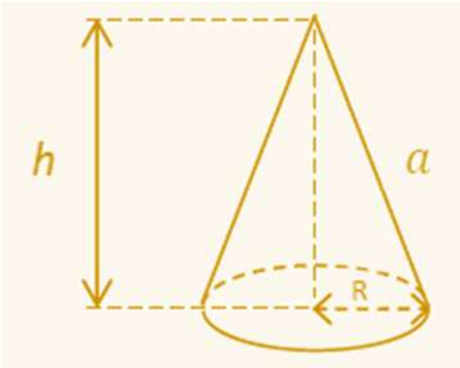
$$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$$

Où **P** désigne le périmètre de la base et ***a*** la génératrice ou l'apothème.

Volume d'un cône de révolution

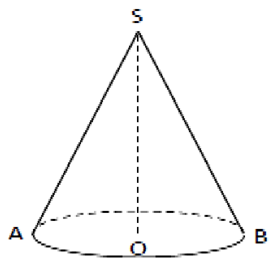
$$\mathcal{V} = \frac{B \times h}{3}$$

Où **B** est l'aire de la base et **h** la hauteur du cône.



NB :
L'aire totale $\mathcal{A}_t$ du cône est égale à la somme de l'aire latérale et de l'aire du disque de base. Soit $\mathcal{A}_t = \mathcal{A} + \mathcal{B}$.

Exemple
L'unité de longueur est le centimètre.
La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S, de hauteur SO et de base, le disque de diamètre [AB].
On donne : AB=10 ,SO=12 et SA=13.
Calculons l'aire latérale et le volume de ce cône.



Calculons l'aire latérale $\mathcal{A}$ du cône.

$$\mathcal{A} = \frac{P \times a}{2}$$

Calculons le périmètre de la base.
$P = 2\pi r = 2\pi \times 5 = 10\pi$ cm
L'apothème est SA
on a : $a = SA = 13\ cm$
On obtient :

$$\mathcal{A} = \frac{10\pi \times 13}{2} = 65\pi\ cm^2.$$

$$\mathcal{V} = \frac{B \times h}{3}$$

Calculons l'aire de la base.
$B = \pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi\ cm^2$
La hauteur est SO.
$h = SO = 12$ cm.
On obtient :

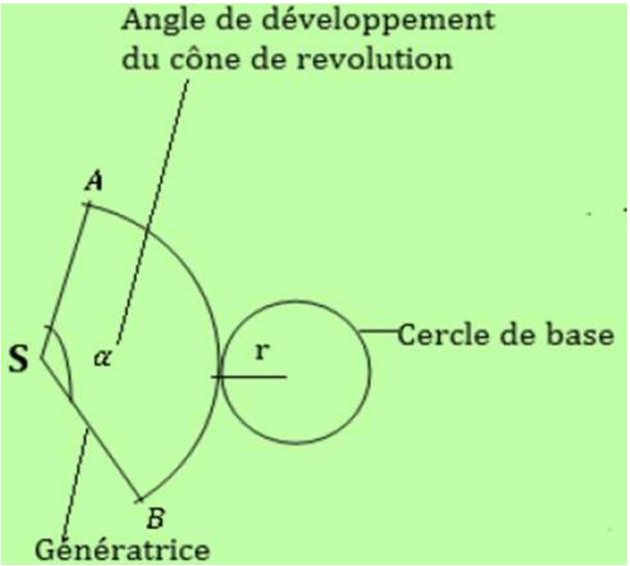
$$V = \frac{25 \times 12 \times \pi}{3} = 100\pi\ cm^3.$$

9.6. Patron d’un cône de révolution

Le patron d’un cône de révolution est composé d’un disque qui est la base du cône et d’un secteur angulaire, qui est la face latérale.
L’angle du secteur angulaire α du patron est l’angle de développement du cône.

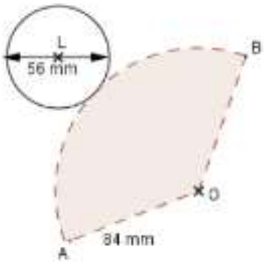
$$\alpha = 360° \times \frac{r}{g}$$

- ✓ r est le rayon du disque
- ✓ g est la génératrice du cône
- ✓ α est en degré.



Exemple
La figure ci-contre est un patron d’un cône de révolution aux caractéristiques suivantes :

- ✓ Le sommet de de la base est le point O et le centre de la base est le point L.
- ✓ Le rayon de la base est 28 mm .
- ✓ La longueur des génératrices est 84 mm



NB ;
La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est égale au périmètre du cercle de base.
Le patron d'un cône est obtenu en traçant le cercle de base et la surface latérale.
Pour cela, il faut connaître la génératrice g, le rayon du disque r et l’angle de développement α.

EXERCICES

Execice1

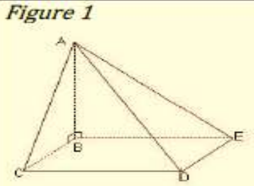
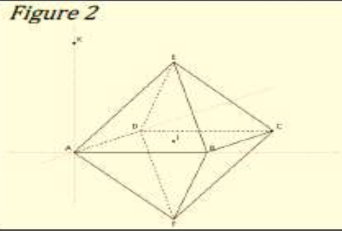
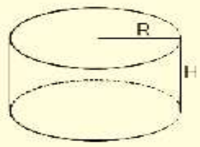
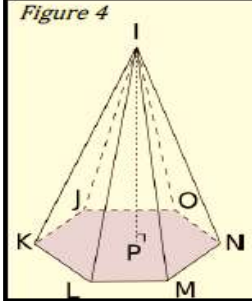
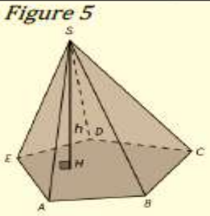
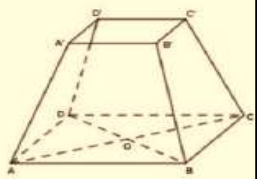
Parmi les solides suivants, indique ceux qui sont des pyramides		
Figure 1 	*Figure 2* 	*Figure 3* 
Figure 4 	*Figure 5* 	*Figure 6* 

Figure 1
Figure 2
Figure 3
Figure 4
Figure 5
Figure 6

Exercice 2

Parmi les pyramides ci-dessous, dites celle(s) qui est (sont) régulière (s)

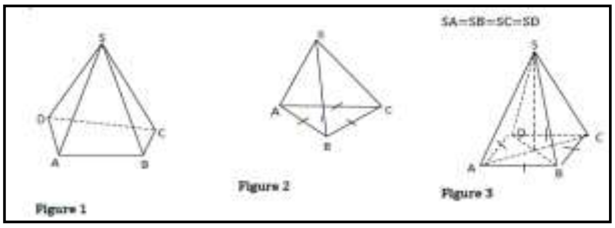


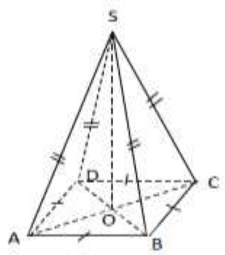
Figure 1
Figure 2
Figure 3

Exercice 3

La figure SABCD ci-contre est une pyramide régulière de base carrée.

Fais correspondre chaque désignation de la colonne 1 à la désignation correspondante de la colonne 2.

Colonne 1	Colonne 2
S	Face latérale
SAB	Hauteur
ABCD	Sommet
(SO)	Base

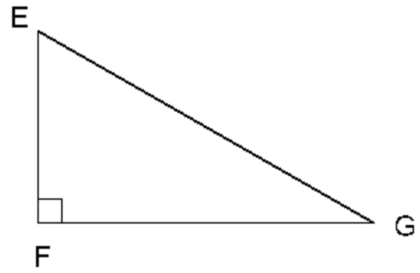


S	Sommet
SAB	Face latérale
ABCD	base
(SO)	Hauteur

Exercice 4

On donne la figure codée ci-dessus.

Complète chacune des phrases suivantes à l'aide de l'une des expressions suivantes : une génératrice ; la rotation ; le rayon de la base; la hauteur.



1) Un cône de révolution est engendré par la rotation du triangle EFG autour de la droite (FE).
2) Le segment $[FG]$ est le rayon de la base du cône.
3) Le segment $[EG]$ est une génératrice du cône.
4) La distance FE est la hauteur du cône.

Exercice 5
Un secteur angulaire de mesure 130° et de rayon 3cm est la surface latérale d'un cône de révolution. On donne π=3,14.
Le périmètre de base P de ce cône est :

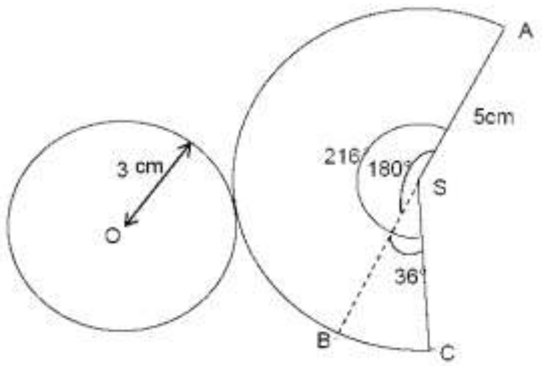
a) $6{,}80\ cm$

b) $68{,}0\ cm$

c) $0{,}680\ cm$

d) $680\ cm$

Exercice 6
La figure ci-dessous est le patron d'un cône de révolution dont le diamètre du disque de base est 6 cm et la génératrice est 5 cm.



a) Vrai
b) Faux

Classe de Terminale D